

DOI : 10.3901/JME.2016.14.079

基于计算试验设计与代理模型的飞行器 近似优化策略探讨*

龙腾^{1,2} 刘建² WANG G Gary³ 刘莉^{1,2} 史人赫² 郭晓松²

(1. 北京理工大学飞行器动力学与控制教育部重点实验室 北京 100081 ;

2. 北京理工大学宇航学院 北京 100081 ;

3. 西门菲莎大学机电工程学院 素里 V3T 0A3 加拿大)

摘要：现代飞行器设计优化中广泛应用高精度分析模型以提高设计可信度与综合性能，但是也带来了计算复杂性问题。为了有效缓解计算耗时的问题，基于计算试验设计与代理模型的飞行器近似优化策略成为研究热点。近似优化策略通过构造合理的近似模型引导优化过程快速收敛到最优解，从而达到降低计算成本，缩短设计周期的目的。根据广泛的文献调研，对飞行器近似优化策略的发展现状进行详细探讨。给出近似优化策略的定义、求解流程、特点以及关键技术。对计算试验设计方法、代理模型方法、精度校验与代理模型选择方法等技术进行综述。围绕静态与自适应两类近似优化策略，重点讨论典型的代理模型管理与更新策略与收敛准则。针对飞行器多学科设计优化问题，探讨近似优化策略与分解策略在求解效率与收敛性方面的技术特点。通过数值算例对各项关键技术的特点进行较详尽的对比分析与总结，并依托飞行器设计优化工程实例对近似优化策略的综合性能进行探讨，指出不同近似优化策略的适用范围。研究结果表明，飞行器近似优化策略在优化效率、全局收敛性以及鲁棒性等方面体现出较显著的优势，具有良好的工程应用前景。指出飞行器近似优化策略的未来研究方向。

关键词：飞行器设计；代理模型；近似；计算试验设计；优化策略；多学科设计优化；全局优化

中图分类号：V221

Discuss on Approximate Optimization Strategies Using Design of Computer Experiments and Metamodels for Flight Vehicle Design

LONG Teng^{1,2} LIU Jian² WANG G Gary³ LIU Li^{1,2} SHI Renhe² GUO Xiaosong²

(1. Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle of Ministry of Education, Beijing Institute of Technology Beijing, Beijing 100081;

2. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081;

3. School of Mechatronic Engineering System, Simon Fraser University, Surrey, BC V3T 0A3, Canada)

Abstract : Although the wide use of high fidelity analysis models in modern flight vehicle design is beneficial to improving the design credibility and overall performance of flight vehicle systems, it also causes high computational cost and complexity. In order to alleviate the computational difficulty, approximate optimization strategies using design of computer experiments(DoCE) and metamodels for flight vehicles have become more and more popular, which construct reasonable approximation models to enable efficient convergence to the optimal solution with much less computational burden and shorter design cycles. An extensive literature survey of the state-of-the-art of approximate optimization strategies in the context of flight vehicle design is provided. The definition, solution process, features and key technologies of approximate optimization strategies are presented, and then the development of DoCE, metamodeling, accuracy assessment and metamodel selection, as well as corresponding typical methodologies, are reviewed. Moreover, metamodel management and updating schemes and termination criteria used in both static and adaptive approximate optimization strategies are specifically discussed. The efficiency and convergence behaviors of approximate optimization strategies for solving multidisciplinary design optimization (MDO) problems are analyzed via comparison with decomposition-based strategies. A number of well-known numerical benchmark problems are employed to discuss the characteristics of the aforementioned key technologies. Furthermore, the overall performance and applicability of different approximate optimization strategies are discussed through flight vehicle design applications. Comparative studies demonstrate that approximate optimization strategies show obvious advantages in optimization efficiency, convergence and robustness, which are important for engineering applications. Future research directions of approximate optimization strategies are given.

Key words : flight vehicle design ; metamodel ; approximation ; design of computer experiments ; optimization strategy ; multidisciplinary design optimization ; global optimization

* 国家自然科学基金(51105040, 11372036)、航空科学基金(2011ZA72003, 2015ZA72004)和北京理工大学基础研究基金(20130142008)资助项目。
20151028 收到初稿, 20160321 收到修改稿

0 前言

优化设计技术能够充分提高飞行器系统的性能(学科性能与综合性能)。经过几十年的发展,现代飞行器设计逐步由基于经验的试凑设计方式,发展为基于仿真分析的优化设计模式^[1]。随着学科建模技术、数值计算技术以及计算机软硬件技术的发展,高精度分析模型在飞行器设计中的应用日趋广泛,例如,气动计算流体力学(Computational fluid dynamics, CFD)模型、结构有限元分析(Finite element analysis, FEA)模型、隐身计算电磁学(Computational electromagnetics, CEM)模型等。使用高精度分析模型有助于改善飞行器设计优化的可信度,提高设计质量。但是,高精度分析模型计算高耗时,例如,单次 CFD 全机气动特性分析通常需要若干小时,甚至数十小时。飞行器设计优化过程需要反复调用分析模型探索最优设计方案。基于梯度的局部搜索算法(如增广拉格朗日乘子法、可行方向法以及序列二次规划等)^[2-3]通常需要调用数十或数百次分析模型,而基于概率的全局搜索算法(如遗传算法、模拟退火算法以及粒子群算法等)^[4-6]则需要调用成千上万次分析模型。因此,直接使用高精度分析进行优化的计算成本非常庞大。

此外,飞行器是一个典型的多学科耦合系统,由气动、结构、动力、隐身、飞行动力学、控制等多个子系统(学科)组成。考虑上述耦合关系的飞行器设计优化问题,即多学科设计优化(Multidisciplinary design optimization, MDO)问题,需要通过多学科分析(Multi-disciplinary analysis, MDA)过程使各学科具有相容性。例如,高超声速飞行器气动-热-结构耦合设计问题等。MDA 过程采用定点迭代、牛顿法等非线性求解算法进行迭代求解。若飞行器 MDO 问题直接使用高精度分析模型,势必进一步加剧计算复杂性,拉长设计周期。飞行器 MDO 领域的多篇综述论文都指出,计算复杂性问题制约飞行器 MDO 思想工程应用的主要瓶颈^[1, 7-8]。

为了提高飞行器等工程系统的优化效率,基于计算试验设计与代理模型的近似优化策略受到国内外学者的普遍关注^[9-13]。《Progress in Aerospace Sciences》上的综述论文^[10]指出“作为航空航天领域的研究热点,基于代理模型的近似优化策略对于提高现代航空航天系统的性能,降低其设计成本具有非常积极的意义”。

代理模型(Metamodel 或 Surrogate)的定义最早

见于文献^[14]。文献^[13]认为 1989 年 SACKS 等^[15]对计算试验分析与设计的论述标志着近似优化策略研究的开始。经过 20 多年来的研究,近似优化策略的各项关键技术取得了长足的发展,并且在飞行器等工程系统的设计优化中得以初步应用^[10-11, 16]。在航空航天领域,近似优化策略在飞行器单学科设计优化中的应用涉及气动性能优化^[16-19]、结构优化^[20-22]、动力系统优化^[23-25]、弹道(轨道)优化^[26-28]以及控制系统优化^[29]等。此外,近似优化策略还广泛应用于飞行器多学科设计优化,包括:气动-结构耦合优化^[19, 30]、气动-结构-热耦合优化^[31-32]、气动-结构-隐身耦合优化^[33-34]以及飞行器概念设计优化^[35-37]等。

由于代理模型技术研究范畴广泛,国外学者已经发表了若干篇代理模型技术的综述论文,具有代表性的工作可总结如下。1993 年 BARTHELEMY 等^[38]对结构优化中的早期近似技术进行了概述,并将其分为局部近似、全局近似与中范围近似三类。2001 年, JIN 等^[39]对四种常见代理模型构造方法的综合性能进行了探讨。同年, SIMPSON 等^[40]对试验设计与代理模型进行了综述。2004 年, SIMPSON 等^[9]根据第 9 届 AIAA/ISSMO 多学科分析与优化会议上近似技术研讨会的内容,对计算试验设计与试验设计的区别、代理模型的不确定性分析以及高维近似建模技术等方面进行了论述。2005 年, QUEIPO 等^[10]总结了试验设计、代理模型构造与灵敏度分析等技术的发展现状,对近似优化策略进行了简介,并使用代理模型技术完成了液体火箭喷嘴优化设计。2007 年, WANG 等^[11]对工程设计优化中的代理模型技术进行了综述,并总结了不同问题的数学模型以及代理模型技术的工程应用实例。2009 年, FORRESTER 等^[12]重点对基于高斯过程的序列有偏采样技术进行了详细总结。2014 年, VIANA 等^[13]回顾了代理模型技术的发展历程,重点对多精度代理模型(Multifidelity metamodels)、混合代理模型(Ensemble of metamodels)、基于代理模型的设计空间可视化以及商业软件对代理模型的支持等方面进行了总结与探讨。上述综述论文分别从不同角度对代理模型技术进行了论述,但是,尚未从提高优化效率与全局收敛性的角度,对近似优化策略中关键技术的特点进行全面探讨。

20 世纪 90 年代末以来,国内学者逐步开展代理模型技术及近似优化策略的研究^[41]。文献^[42]对三种代理模型方法进行了对比研究。龙腾^[8]通过大量数值测试函数,从近似精度、鲁棒性、时效性与软件实现难度几个方面,对多项式响应面、移动最

小二乘、径向基函数、Kriging 模型以及人工神经网络的综合性能进行了对比研究。近年来，国内学者已经围绕近似优化策略开展了一定的理论与应用研究^[43-48]。但是，尚未发现国内学者发表针对飞行器近似优化策略的综述性论文。

本文并非简单重复国外学者的综述工作，而是在前人综述的基础上，根据作者研究经验，重点针对近似优化策略中各项关键技术进行论述，并通过数值算例对典型方法的特点进行分析。此外，将初步探讨近似优化策略与分解优化策略求解飞行器MDO问题的技术特点。最后，指出了飞行器近似优化策略研究中亟待解决的技术难点与未来研究方向。本文旨在为国内学者深入开展飞行器近似优化策略研究以及为航空航天领域的工程技术人员合理选用现有技术解决实际问题提供参考。

1 飞行器近似优化策略的内涵

1.1 飞行器设计优化问题的一般数学模型

飞行器设计优化问题的一般数学模型可描述为

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{n_v}) \\ & \min f(\mathbf{x}, p) \\ & \text{s.t. } g_j(\mathbf{x}, p) \leq 0 \\ & \quad \mathbf{x}^{LB} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{UB} \\ & \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

式中， \mathbf{x} 为 n_v 维设计变量矢量； \mathbf{x}^{LB} 与 \mathbf{x}^{UB} 分别为设计变量上下界； f 为目标函数； g_j 为约束条件； p 为固定参数。飞行器设计中的分析模型可视为描述输入输出映射关系的黑箱模型。

为了降低计算成本，近似优化策略的数学模型可描述如下

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{n_v}) \\ & \min \hat{f}(\mathbf{x}, p) \\ & \text{s.t. } \hat{g}_j(\mathbf{x}, p) \leq 0 \\ & \quad \mathbf{x}^{LB} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{UB} \\ & \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

式中， \hat{f} 与 \hat{g} 分别为目标函数与约束条件的代理模型近似响应值。值得注意的是，对于某些问题，若约束条件计算不耗时，则可以直接使用真实约束条件进行优化，仅需要对目标函数构造代理模型。

1.2 飞行器近似优化策略的定义与求解流程

基于计算试验设计与代理模型的飞行器近似优化策略(本文简称近似优化策略)的定义可描述如

下。飞行器近似优化策略是针对现代飞行器设计优化高耗时的特点，将统计学方法与最优化理论有机结合所发展起来的一类先进的飞行器设计优化方法。近似优化策略的基本思想是采用计算试验设计方法所获取的样本点构造代理模型，然后对代理模型进行分析，引导优化过程快速收敛到飞行器设计优化问题的全局(局部)最优解。飞行器近似优化策略的基本求解流程如图1所示，其主要步骤可描述如下。

(1) 采用飞行器各学科建模理论建立高精度分析模型，并对其求解精度与可信度进行校验。然后根据工程需求，建立飞行器设计优化模型，明确目标函数、约束条件、设计变量、设计空间等基本信息。建立合理的仿真分析与优化模型是探索飞行器最优设计方案的基本前提。

(2) 使用计算试验设计方法在初始设计空间内获取均匀分布的无偏样本点。

(3) 调用高精度分析模型或 MDA 过程获取初始(新增)样本点处性能指标(目标函数与约束条件)的真实响应值。

(4) 利用已知样本点与相应的真实响应，在当前设计空间内构造代理模型。

(5) 选择近似优化策略的类型(静态近似优化策略或自适应近似优化策略)，如选择静态策略，转入步骤(6)，而选择自适应策略则转入步骤(9)。

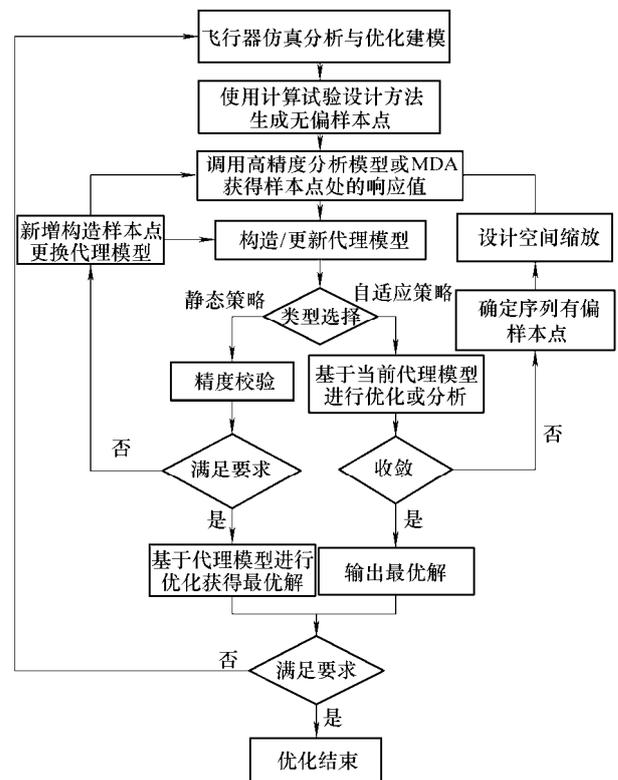


图1 飞行器近似优化策略基本求解流程

(6) 校验代理模型的精度,如果精度满足要求,则转入步骤(7);否则转入步骤(8)。

(7) 对代理模型进行优化,并将近似最优解作为优化结果输出,转入步骤(14)。

(8) 新增样本点或者更换代理模型类型,然后分别转入步骤(3)或步骤(4)更新代理模型以提高近似精度,直至满足精度要求。

(9) 无须进行代理模型精度校验,直接对当前代理模型进行优化或分析,确定可能最优解。

(10) 判断自适应近似优化策略是否收敛,若收敛则转入步骤(11);否则,转入步骤(12)。

(11) 将当前可能最优解作为优化结果输出,转入步骤(14)。

(12) 采用不同的代理模型管理与更新策略,根据当前已知信息进行序列有偏采样新增样本点。常用信息包括:可能最优解的位置、代理模型预测误差(不确定性)、目标函数改善度、现有样本点位置等。

(13) 如果采用多项式响应面等全局近似能力不足的代理模型,需要更新(缩减或扩展)设计空间,以确保代理模型在最优解附近的近似精度(如自适应响应面方法(Adaptive response surface method, ARSM)及其改进方法^[49-50]);而对于 Kriging 等全局近似能力较强的代理模型,可以忽略此步骤,直接转入步骤(3)。

(14) 判断近似优化策略输出的优化结果是否满足工程需求。若满足则停止优化,将优化结果作为最优设计方案;否则需要转入步骤(1),调整优化模型并重新进行优化。

1.3 飞行器近似优化策略的技术特点

由于近似优化策略所需样本点远少于传统飞行器设计优化方法所需的分析模型调用次数,因此,近似优化策略能够显著降低现代飞行器设计优化的计算成本,缩短优化时间。除降低计算成本外,与传统的数值优化算法相比,飞行器近似优化策略还具有如下优势。

(1) 飞行器近似优化策略不依赖梯度信息,适用于目标函数(约束条件)的梯度信息难以获取,甚至非平滑非连续的飞行器设计优化问题。

(2) 飞行器近似优化策略尤其是自适应近似优化策略具有较好的全局探索能力,有助于设计人员获取设计问题的全局最优解。与基于概率的全局搜索算法相比,近似优化策略具有显著的效率优势。

(3) 由于采样过程中各个样本点相互独立,飞行器近似优化策略支持并行计算,在优化过程中可以充分利用分布式高性能计算环境,同时调用高精

度分析模型进行求解,进一步减少优化时间^[51]。

(4) 飞行器近似优化策略仅对代理模型进行优化,无须开发优化器与高精度分析模型的数据接口。由于代理模型为显示或隐式的数学关系式,优化器与代理模型之间的接口更容易实现。

(5) 飞行器近似优化策略具有较强的容错能力。由于基于样本数据构造代理模型进行设计空间探索,如果优化过程异常终止(断电或者分析模型异常等),设计人员可以利用异常发生前所获取的样本数据继续优化过程,从而节省计算成本。

(6) 飞行器近似优化策略适用于计算高耗时的飞行器单学科设计优化问题与多学科设计优化问题。

因此,正如文献[10]所言,飞行器近似优化策略是一类具有较广阔应用前景的先进设计方法。

1.4 飞行器近似优化策略的关键技术

由第 1.2 节可知,飞行器近似优化策略涉及飞行器建模仿真技术、计算试验设计方法、代理模型方法、数值优化算法、代理模型管理与更新机制以及收敛准则等关键技术。图 2 给出了飞行器近似优化策略的关键技术及其相互关系。限于论文篇幅,本文仅重点探讨计算试验设计方法、代理模型方法、代理模型管理与更新策略以及收敛准则。数值优化算法可参见文献[2-3, 52],而飞行器建模仿真技术可采用不同学科的前沿理论,在此不再赘述。

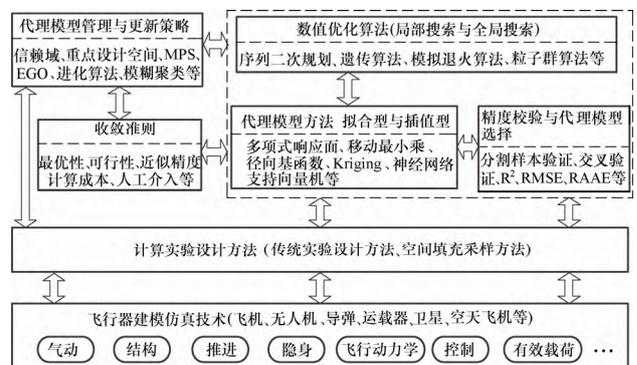


图 2 飞行器近似优化策略的关键技术

2 计算试验设计方法

计算试验设计方法(Design of computer experiments, DoCE)是通过科学合理的数学安排,在设计空间内生成能够反映高精度分析模型数值特征的样本点。为了控制计算成本,要求计算试验设计方法具有良好的探索性与灵活性。其中,探索性即是通过少量的样本点尽可能全面的获取真实模型的特征;灵活性即对于任意维问题,可以生成任意数量的样本点。

2.1 传统试验设计方法

20世纪30年代以来,出于农业、军事等物理试验的需要,发展了一系列试验设计(Design of eExperiments, DoE)方法研究。例如,全析因设计、部分析因设计、中心复合设计、Box-behnken设计、正交设计以及田口设计等。上述DoE方法的理论基础可参见文献[53-55]。虽然传统试验设计方法仍适用于计算试验问题,但其效率低下,且灵活性不够,其主要原因可分析如下。

DoE方法通常在同一因素(设计变量)的相同水平处(设计变量的具体取值)重复布置样本点以消除物理试验中的随机误差。然而对于基于仿真的飞行器设计优化而言,确定性的计算试验中随机误差可忽略不计。换言之,对于相同输入,重复调用高精度分析模型进行计算试验所得的输出结果(性能参数)保持不变。因此,传统DoE方法的重复性采样,不利于高效探索设计空间内未知模型的数值特性。

此外,传统DoE方法所生成样本点的个数与水平数和因素数相关,不能生成任意数量的样本点。例如,对于二维问题(两因素),中心复合法只能生成9个样本点(图3a), n 水平全析因设计只能生成 n^2 个样本点(图3b),Box-Behnken设计甚至不能生成二维样本点。

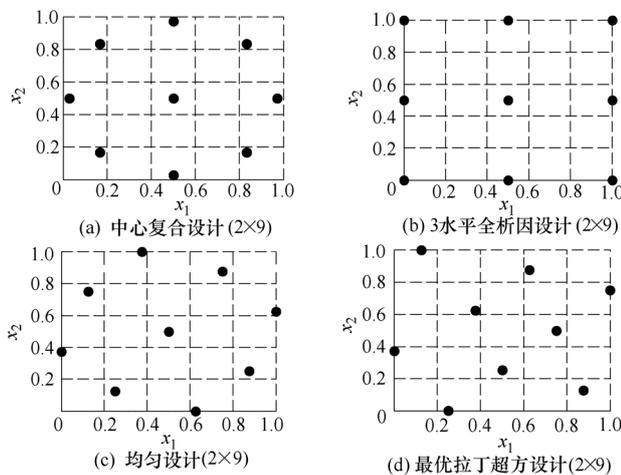


图3 传统试验设计方法与空间填充采样方法对比

鉴于传统DoE方法存在上述缺陷,近似优化策略普遍采用探索性与灵活性更强的空间填充采样方法。文献[9, 56-57]中的对比研究结果也表明:使用相同数量的样本点,传统DoE法所得代理模型的近似精度不及空间填充采样方法。

2.2 空间填充采样方法

不同于传统DoE,空间填充采样不考虑随机误差,通过追求投影均匀性(Projective uniformity)与空

间均匀性(Space-filling uniformity)以提高探索性。拉丁超方设计(Latin hypercube design, LHD)^[58]与均匀设计(Uniform design)^[59-60]是最常见的空间填充采样方法。使用空间填充采样方法与传统DoE方法在二维空间内获取9个样本点的结果如图3所示。由图3可知,中心复合法与全析因设计所生成的样本点投影均匀性较差,即多个点在每一维的投影存在重合现象;而均匀设计与拉丁超方设计都能保证良好的投影均匀性。

虽然均匀设计的采样结果具有很好的投影均匀性与空间均匀性,但需要根据水平数与因素数查阅均匀设计表确定样本点^[61],程序实现较困难,故而在近似优化策略中的应用较为少见。

拉丁超方设计不受水平数与因素数的限制,能生成任意数量样本点,具有极高的灵活性,而且程序实现方便,已成为应用最广泛的计算试验设计方法^[50, 62-67]。以矩阵形式表示LHD样本点,其行数为样本数 n_s ,列数为设计问题维度 n_v 。LHD算法对整数 $1 \sim n_s$ 进行随机排列,逐次生成样本矩阵的每一列,从而保证了采样结果的投影均匀性。但是,LHD具有随机性,难以保证结果的空间均匀性。

为了改善LHD采样结果的空间均匀性,国内外学者陆续开展最优LHD(Optimal LHD, OLHD)方法的研究,根据某种机制生成LHD样本点,使得空间均匀性准则最小(最大)。表1列出了常用的空间均匀性准则的表达式与取值偏好,包括最小距离最大化(d_{min})准则^[76]、 ϕ_p 准则^[75-76]、熵准则^[77]、能量准则^[72]以及 CL_2 ^[68]。其中, x_i 为样本矩阵S中第 i 行,表示第 i 个样本点; ϕ_p 准则公式中的 p 为正整数;熵准则公式中的 θ_k 为相关系数。

表2对八种典型的最优LHD方法进行了简要的总结。根据生成OLHD样本点的机理,OLHD方法可分为以下四类: 随机生成若干组(例如100组)LHD样本点,然后从中选择空间均匀性最好的结果,Matlab的lhsdesign函数即采用该方法; 随机生成一组LHD样本点,然后逐次对样本矩阵S进行行列互换,直至迭代收敛,RE-OLHD^[69]与OSLHD^[70]属于此类方法; 采用数值优化算法对空间均匀性准则进行优化,此类方法最普遍,包括SA-OLHD^[71]、PemGA-OLHD^[72]、ESEA-OLHD^[68]、Maximin-OLHD^[73]以及SLE-OLHD^[74]等; 定义具有良好空间均匀性的基本样本点种子,然后通过几何变换进行扩展,直接生成OLHD样本点,例如TP-OLHD^[75]。总体而言,第 类OLHD方法所生

成的样本点具有更好的空间均布性，第 类方法次之，第 类 OLHD 方法的性能优于第 类方法。但是，作者在研究中发现，对于高维问题($n_v \geq 10$)，第 类 OLHD 方法的采样结果较差，甚至不及第 类方法。

表 1 空间均布性准则

准则	公式与偏好
最小距离	$d_{\min} = \min_{1 \leq i, j \leq n_s, i \neq j} d_{ij}$
离最大化	$d_{ij} = d(x_i, x_j) = \left(\sum_{k=1}^{n_v} x_{ik} - x_{jk} ^2 \right)^{0.5}$ [↑]
ϕ_p	$\phi_p = \left[\sum_{i=1}^{n_s-1} \sum_{j=i+1}^{n_s} d_{ij}^{-p} \right]^{1/p}$ [↓] $E = -\lg R $
熵	$R_{ij} = \exp \left(\sum_{k=1}^{n_v} \theta_k x_{ik} - x_{jk} ^2 \right)$ [↓]
能量	$U = \sum_{i=1}^{n_s-1} \sum_{j=i+1}^{n_s} \frac{1}{d_{ij}^2}$ [↓]
CL_2^2	$CL_2^2 = \left(\frac{13}{12} \right)^{n_v} - \frac{2}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} \prod_{j=1}^{n_v} \left(1 + \frac{1}{2} x_{kj} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} x_{kj} - \frac{1}{2} ^2 \right) +$ [↓] $\frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \prod_{i=1}^{n_v} \left(1 + \frac{1}{2} x_{ki} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} x_{ji} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} x_{ki} - x_{ji} \right)$

注：↑表示值越大空间均布性越好，↓表示值越小空间均布性越好。

表 2 最优 LHD 方法总结

OLHD 方法	采样机理	最优准则	分类
lhsdesign	随机样本点筛选	d_{\min}	
RE-OLHD	逐行互换算法	ϕ_p	
OSLHD	考虑对称性的逐列互换算法	ϕ_p, E	
SA-OLHD	模拟退火法	ϕ_p	
PemGA-OLHD	序列遗传算法	U	
ESEA-OLHD	改进的随机进化算法	ϕ_p, E, CL_2	
SLE-OLHD	序列局部枚举	d_{\min}	
Maximin-OLHD	分支定界法	d_{\min}	
TP-OLHD	平移传播算法	ϕ_p	

注：表示随机样本点筛选法，表示互换算法，表示基于优化过程，表示直接生成。

图 4 直观地给出了五种典型的 OLHD 方法所生成 100 个二维样本点的空间分布，图注括号中给出了 d_{\min} 值。可见，ESEA-OLHD、SLE-OLHD 以及 TP-OLHD 所获得样本点具有良好的空间均布性；OSLHD 样本点的空间均布性优于 lhsdesign 且具有对称性。此外，TP-OLHD 样本点的分布具有较强的规律性。

在 OLHD 方法的采样效率方面，问题维度越大，样本点数量越多，采样过程越耗时。对于所有问题第 类方法的效率最高，第 类方法次之。由

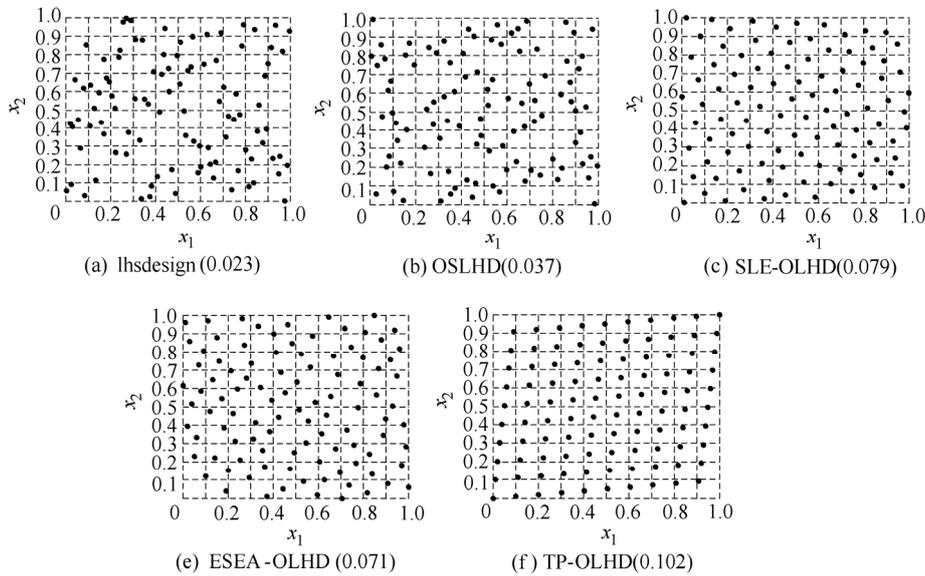


图 4 OLHD 采样结果的空间分布(2×100)

于采用优化算法确定样本点，第 类 OLHD 方法的采样效率较低。需要指出的是，第 类方法对于中低维问题的采样效率与第 类方法相当，但是，对于高维问题，其采样效率迅速下降，甚至不及第 类方法。例如，对于 20 维问题生成 200 个样本点，TP-OLHD 的采样时间为 ESEA-OLHD 的 3 倍。

在提高代理模型近似精度方面，文献[9, 56, 74]的研究都表明，在样本点规模相同的前提下，空间均布性越好的样本点越有利于提高代理模型的近似精度。这是因为，在近似对象数值特征未知的情况下，空间均布性好的样本点能够以更大的概率捕获近似对象的特征点(如峰值或者曲率较大的区

域),从而提高代理模型近似精度。但是,作者研究发现:TP-OLHD 样本点具有极强的规律性,如图 4f 所示。该规律性导致对于某些问题 TP-OLHD 始终不能获取特征点,不利于改善代理模型的近似精度降低。

根据文献[9, 56, 74]以及作者的研究经验,给出飞行器近似优化策略选择计算试验设计方法的若干建议如下。

(1) 对于中低维度设计优化问题,建议采用 ESEA-OLHD 等基于优化过程的 OLHD 方法获取空间均匀性较高的构造样本点,以提高代理模型的近似精度。

(2) 对于高维度问题,由于空间均匀性易于满足,折中采样质量与效率,建议采用 OSLHD 或 lhsdesign 方法。

(3) 建议选择具有随机性且空间均匀性较高的 OLHD 方法进行采样,避免使用采样过程具有规律性的 OLHD 方法,例如 TP-OLHD。

3 代理模型技术

代理模型技术是飞行器近似优化策略的另一项关键技术,包括代理模型构造方法以及精度校验与代理模型选择方法两方面。

3.1 代理模型构造方法

代理模型构造方法基于计算试验设计方法所获得的样本信息,构造计算量相对较小的数学模型逼近设计变量与性能指标之间的真实映射关系。代理模型的一般数学模型可表示如下

$$f(x) = \hat{f}(x) + \varepsilon(x) \tag{3}$$

式中, $f(x)$ 为真实模型; $\hat{f}(x)$ 为代理模型; $\varepsilon(x)$ 为近似误差。近年来,已经发展了多种代理模型构造方法,包括: Taylor 展开式、多项式响应面^[79]、移动最小二乘^[80-81]、多变量样条^[82]、径向基函数^[83]、Kriging^[84-86]、人工神经网络^[87]以及支持向量回归^[88-89]等。限于论文篇幅,本节仅对近似优化策略中使用最广泛的六种全局代理模型进行论述。

3.1.1 多项式响应面

多项式响应面(Polynomial response surface method, PRSM) 是一种采用多元线性回归进行函数拟合的代理模型方法。工程中最常用的二次 PRSM 可表示为

$$\hat{f}_{PRSM}(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n_v} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{n_v} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{n_v} \sum_{j>i}^{n_v} \beta_{ij} x_i x_j \tag{4}$$

待定系数 $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}$ 由最小二乘法确定,其矩阵形式可表示为

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y \tag{5}$$

式中, β 为待定系数矢量,其维数 $p = (n_v + 1)(n_v + 2)/2$; X 是与构造样本点相关的设计变量矩阵; y 是由构造样本点响应值组成的 n_s 维列矢量。为了求解 β , 要求构造样本点的个数 $n_s \geq p$ 。

3.1.2 移动最小二乘

移动最小二乘(Moving least square, MLS)的数学模型如下所示

$$\hat{f}_{MLS}(x) = p^T(x) a_m(x) \tag{6}$$

式中, $p^T(x) = (p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x))$ 为多项式基函数; m 为基函数的项数,线性与二次多项式是最常用的基函数; $a_m(x) = (a_1(x), a_2(x), \dots, a_m(x))^T$ 为待定系数矢量,可通过加权最小二乘法按式(7)求解

$$\begin{aligned} a_m(x) &= A^{-1}(x) B(x) y \\ A(x) &= P^T W P \quad B(x) = P^T W \end{aligned} \tag{7}$$

式(7)中,矩阵 P 和 W 的定义如下

$$P = \begin{pmatrix} p^T(x_1) \\ p^T(x_2) \\ \vdots \\ p^T(x_{n_s}) \end{pmatrix}_{n_s \times m} \quad W = \begin{pmatrix} w_1(x) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & w_{n_s}(x) \end{pmatrix} \tag{8}$$

式中, $w(x)$ 为权函数,在节点 x_i 的影响域内,权函数为非零实数,在影响域外, $w(x) = 0$ 。节点 x_i 的影响域的尺寸由半径 l_i 决定,要求 l_i 足够大,保证 x_i 的影响域内存在至少 m 个数据点以避免矩阵 A 奇异。通常使用样条函数作为权函数。

MLS 的光滑性由权函数 $w(x)$ 与基函数 $p(x)$ 共同控制。如果 l_i 足够小,MLS 为插值型代理模型;随着 l_i 的增大,MLS 逐步转化为拟合型代理模型;如果 l_i 足够大使得任意点 x_i 的影响域包含所有构造样本点,MLS 则退化为 PRSM。

3.1.3 径向基函数

径向基函数(Radial basis function, RBF)是一种多变量空间插值方法,可以表示为径向对称基函数的线性加权和形式

$$\hat{f}_{RBF}(x) = \sum_{i=1}^{n_s} w_i \phi(\|x - x_i\|) = w^T \phi \tag{9}$$

根据插值条件,权重系数矢量 w 可以按式(10)求解

$$w = A^{-1}y$$

$$A = \begin{pmatrix} \phi(\|x_1 - x_1\|) & \cdots & \phi(\|x_1 - x_{n_s}\|) \\ \vdots & & \vdots \\ \phi(\|x_{n_s} - x_1\|) & \cdots & \phi(\|x_{n_s} - x_{n_s}\|) \end{pmatrix}_{n_s \times n_s} \quad (10)$$

式中, $\phi(r)$ 为径向函数; r 为样本点之间的欧氏距离。常用的径向函数如下

$$\phi(r, c) = \begin{cases} (r+c)^3 & \text{三次函数} \\ \exp(-cr^2) & \text{高斯函数} \\ (r^2+c^2)^{0.5} & \text{多二次函数} \\ (r^2+c^2)^{-0.5} & \text{逆多二次函数} \end{cases} \quad (11)$$

RBF 是一种插值型代理模型,其近似精度受形状系数 $c(c > 0)$ 取值的影响较大。 c 的最佳取值取决于近似对象和样本点的分布^[83]。文献[90]通过优化的方法选择 c 值。对于一般情况,可以通过以下经验公式,根据样本点数量与散布特性确定 c 值。

$$c = ((\max(x) - \min(x))/n_s)^{\frac{1}{n_s}} \quad (12)$$

3.1.4 Kriging

Kriging(KRG)模型是一种针对空间分布数据的无偏最优估计插值模型^[85],由全局模型和局部偏差叠加而成,如式(13)所示

$$\hat{f}_{KRG}(x) = g(x) + Z(x) \quad (13)$$

式中, $g(x)$ 为多项式全局近似模型,反映近似对象在设计空间内的总体变化趋势,当近似对象数值特征未知时,可取常数 μ 。局部偏差项 $Z(x)$ 是均值为零、方差为 σ^2 、协方差非零的随机过程。KRG 的近似能力主要由局部偏差项 $Z(x)$ 决定。 $Z(x)$ 的协方差矩阵可表示为

$$\text{Cov}[Z(x_i), Z(x_j)] = \sigma^2 R[R(x_i, x_j)] \quad (14)$$

式中, R 为高斯相关函数, R 为对称相关矩阵。

$$R(x_i, x_j) = \exp\left(-\sum_{k=1}^{n_y} \theta_k |x_i^k - x_j^k|^2\right) \quad (15)$$

μ 与 σ^2 的最小二乘估计值可以通过式(16)求出

$$\hat{\beta} = (I^T R^{-1} I)^{-1} I^T R^{-1} y$$

$$\hat{\sigma}^2 = (y - \hat{\beta} I)^T R^{-1} (y - \hat{\beta} I) / n_s \quad (16)$$

采用极大似然法,通过求解式(17)中的优化问题可确定相关系数 θ_k

$$\max -\frac{1}{2}(n_s \ln \hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2} \ln(|R|)$$

$$\text{s.t. } 0 \leq \theta_k \leq \infty \quad (17)$$

任意点 x 的相关矢量 $r(x)$ 为

$$r(x) = (R(x, x^{(1)}), R(x, x^{(2)}), \dots, R(x, x^{(n_s)}))^T \quad (18)$$

从而,式(13)中 KRG 数学模型可改写为

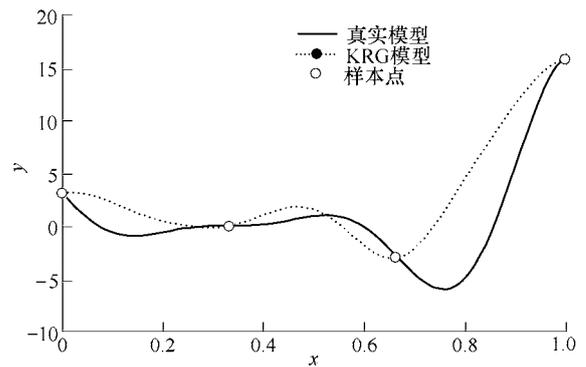
$$\hat{f}_{KRG}(x) = \hat{\mu} + r^T(x) R^{-1} (y - I \hat{\mu}) \quad (19)$$

KRG 是一种插值型代理模型,通过求解子优化问题确定模型参数,使得构造 KRG 的计算成本较大。

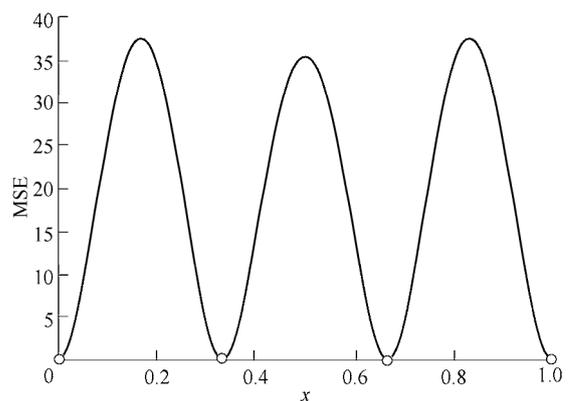
值得强调的是, KRG 可通过式(20)预估任意点 x 处预测值的方差 $s^2(x)$,从而评估 KRG 模型的近似误差。

$$s^2(x) = \hat{\sigma}^2 \left(1 - r^T R^{-1} r + \frac{1 - I^T R^{-1} r}{I^T R^{-1} 1} \right) \quad (20)$$

KRG 对一维函数 $f(x) = (6x - 2)^2 \sin(12x - 4)$ 的近似效果与预估方差如图 5 所示,可见在构造样本点处 $s^2(x) = 0$, $s^2(x)$ 值较大则表明 KRG 近似精度较低(如 $x = 0.8$ 附近)。



(a) KRG vs 真实函数



(b) KRG 的预估方差

图 5 KRG 近似效果与预估方差示例

3.1.5 BP 神经网络

BP 神经网络(Back propagation neural network, BPNN)是一种基于 BP 算法(误差反传算法)的多层前向网络,理论上具有逼近任意非线性函数的能力。网络的初始权值随机设定,然后通过训练调整网络

的权值，减少输出值和目标值之间的误差。通常使用最速下降法、拟牛顿法、共轭梯度法、Levenberg-Marquardt 等优化算法训练 BP 网络。因此，构造 BP 网络本质上是一个求解非线性优化问题的过程。

BP 网络虽然理论上具有逼近任意函数的能力，但是其近似精度取决于隐层神经元的数量和选用的训练算法，需要根据近似对象设定合适的学习算法和神经元的数量^[87]。

3.1.6 支持向量回归

支持向量回归(Support vector regression, SVR)^[88-89]源于 AT&T 贝尔实验室发展的支持向量机(Support vector machine, SVM)理论，可视为对 RBF 方法的扩展。SVR 的数学模型可表示为

$$\hat{f}_{SVR}(\mathbf{x}) = \mu + \sum_{i=1}^{n_s} w_i \Phi(\mathbf{x}_i) = \mu + \langle \mathbf{w} \cdot \Phi(\mathbf{x}) \rangle \quad (21)$$

式中， μ 为偏置量； w_i 为权重系数； $\Phi(\mathbf{x})$ 为某种 $\mathbf{x} \rightarrow f$ 的映射关系。为了求解 μ 与 w 构造的对偶优化问题如下

$$\begin{aligned} \max \quad & \begin{cases} -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \langle \Phi(\mathbf{x}_i) \cdot \Phi(\mathbf{x}_j) \rangle \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^n (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^n y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \end{cases} \quad (22) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^{n_s} (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0; \quad \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C] \end{aligned}$$

式中， C 为罚系数； ξ_i 和 ξ_i^* 为约束松弛变量； ε 为不敏感损失系数。权重系数可表示为

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^{n_s} (\alpha_i - \alpha_i^*) \Phi(\mathbf{x}_i) \quad (23)$$

使用二次规划求解式(22)可确定 α_i 与 α_i^* ， μ 可通过 KKT 条件确定，则支持向量拟合回归模型可表示为

$$\begin{aligned} \hat{f}_{SVR}(\mathbf{x}) = \mu + \sum_{i=1}^{n_s} (\alpha_i - \alpha_i^*) K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \\ K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \Phi(\mathbf{x}_i) \cdot \Phi(\mathbf{x}_j) \rangle \end{aligned} \quad (24)$$

式中， $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ 为核函数，若采用高斯核函数， μ 可设为零。

SVR 具有一定过滤数值噪声的能力。但是，构造 SVR 的过程复杂，计算成本较大，而且 SVR 的近似精度受罚系数 C 、不敏感损失系数 ε 以及核函数参数 c 的取值影响较大。

3.2 精度校验方法与代理模型选择

在工程应用中，设计人员希望选择近似精度更高的代理模型用于设计与优化。本节对代理模型的

精度校验与选择方法进行探讨。

3.2.1 精度评估准则

代理模型的精度评估准则及其评判标准如表 3 所示。其中 n_t 为测试样本点的数量， y_i 为真实响应值， \hat{y}_i 为代理模型的预测值， \bar{y}_i 为真实响应的均值， STD 为真实响应值的标准差。

3.2.2 精度校验方法

分割样本验证(Split samples validation, SSV)与交叉验证(Cross-validation, CV)是最常用的精度校验方法。

SSV 即重新获取一定数量的测试样本点及其真实响应值 y ，与代理模型在测试样本点处的近似预测值 \hat{y} 进行比较，实现精度评估。表 3 中所有的精度校验评估准则都适用于 SSV。

SSV 概念清晰，实现容易，当测试样本点数 n_t 足够大时，精度校验结果与代理模型的真实近似精度趋于一致。但是，SSV 需要额外调用高精度分析模型生成测试样本点，增加了计算成本，而且当测试样本点数量过少时，SSV 难以准确反映代理模型的真实近似精度。

表 3 代理模型精度评估准则

精度准则	公式及偏好
方均根误差	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} (y_i - \hat{y}_i)^2}$ [↓]
复相关系数	$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n_t} (y_i - \bar{y}_i)^2}$ [↑]
相对平均绝对误差	$RAAE = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} y_i - \hat{y}_i }{n_t \cdot STD}$; $STD = \sqrt{\frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} (y_i - \bar{y}_i)^2}$ [↓]
相对最大绝对误差	$RMAE = \frac{\max(y_1 - \hat{y}_1 , \dots, y_{n_s} - \hat{y}_{n_s})}{STD}$ [↓]

注：↑表示值越大精度越高，↓表示值越小精度越高。

CV 利用构造样本点信息进行精度校验。其基本思想是：将构造样本点分为两组，一组样本点 ($n_s - n_t$ 个)用于构造代理模型，而另一组 n_t 个样本点用于精度校验。根据 n_t 的不同取值，CV 可分为 K 分法(K -Fold)与逐一校验法(Leave-one-out, LOO)。采用 K 分法进行精度校验需要 K 次构造代理模型。为了保证精度评估结果的无偏性，通常 K 应该不小于 $10^{[91]}$ 。LOO 是特殊的 K 分法，即 $K = n_s$ 。CV 通常使用方均根误差(Root mean square error, RMSE)准则评估近似精度。

3.2.3 代理模型选择方法

在飞行器设计优化中，如何选择更高精度的代

理模型是设计人员所关心的焦点。根据精度评估值选择代理模型是最常用的方法,即构造多种代理模型,然后选择精度评估准则最好(如 RMSE 最小)的代理模型用于飞行器设计优化。

必须指出,仅当 $n_i \rightarrow \infty$ 时,表 3 中的精度准则才能反映代理模型的真实精度。然而,实际应用中为了控制计算成本,测试样本点的规模非常有限,导致 SSV 或 CV 所获得的精度评估值与代理模型的真实近似精度可能存在偏差(详见第 3.3.2 节)。因此,根据精度评估值的选择代理模型可能遗漏近似能力强的代理模型。

为此,可以使用混合代理模型技术(Ensemble of metamodels)^[92-95, 103-106]进行代理模型选择。其基本思想是,首先使用 CV 获得多种代理模型的精度评估值,然后选择精度较好的几种代理模型($\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_b$),并根据精度评估值计算权重系数 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_b$,然后通过线性加权确定用于飞行器设计优化的混合代理模型。文献[94]研究表明,混合代理模型具有更稳定的近似能力。文献[13, 94]对混合代理模型技术进行了较详尽的论述,本文不再赘述。

3.3 代理模型性能探讨

本节通过高阶非线性的数值函数探讨常用代理模型的综合性能,并分析精度校验方法的特点,本文所使用的测试函数的定义如式(25)~(29)所示。对于每个测试函数,基于 ESEA-OLHD 获取 $30n_i$ 个样本点构造代理模型。分别使用 SSV 与 CV 方法进行精度校验。使用 Monte Carol 法生成 10 000 个测试样本点进行 SSV 精度校验,将该结果视为代理模型的真实精度。

山峰函数

$$f_{PK} = 3(1-x_1)^2 \exp[-x_1^2 - (x_2+1)^2] - 10\left(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5\right)e^{-x_1^2 - x_2^2} - \frac{1}{3} \exp[-(x_1+1)^2 - x_2^2] \quad (25)$$

六驼峰函数

$$f_{SC} = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + (1/3)x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4 \quad (26)$$

广义多项式函数

$$\begin{aligned} f_{GF} &= u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \\ u_i &= c_i - x_i(1-x_i^2) \quad i=1,2,3. \quad (27) \\ c_1 &= 1.5 \quad c_2 = 2.25 \quad c_3 = 2.625 \end{aligned}$$

哈特曼函数

$$f_{HN} = -\sum_{i=1}^4 c_i \exp\left[-\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}(x_i - p_{ij})^2\right] \quad i=1,2,\dots,6 \quad (28)$$

系数 c_i, α_{ij}, p_{ij} 的具体取值见文献[107]。

16 维函数

$$f_{F16} = \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{16} a_{ij} (x_i^2 + x_i + 1)(x_j^2 + x_j + 1) \quad (29)$$

系数 α_{ij} 的具体取值见文献[107]。

对比研究中,RBF 采用多二次径向函数并根据式(12)确定形状参数 c ;构造 MLS 时,通过迭代确定使得矩阵 A 非奇异的最小 l_i 值;SVR 使用高斯核函数;构造 BPNN 与 SVR 时,根据经验随机生成 10 组模型调节参数分别构造代理模型,并从中选择精度最高的结果用于比较。

3.3.1 近似能力对比

SSV 方法所得结果如表 4 所示。受限于模型结构,PRSM 不能有效近似高阶非线性问题,对多峰值问题(如 PK、SC 以及 HN)的近似精度更差。除 F16 外,KRG 的近似精度最高,而且对于 F16,其近似精度也与 RBF 相当。因此,KRG 表现出最强的全局近似能力。RBF 的近似能力略差于 KRG。结构形式更加复杂的 BPNN 与 SVR 的近似能力不及 KRG 与 RBF。对于 HN 与 F16 函数,BPNN 的近似精度甚至低于 MLS 和 PRSM。虽然 BPNN 理论上能够逼近任意非线性函数,但是需要设置合理的隐层神经元的个数以及大量的训练样本点。然而,本文研究难以保证使用最优的隐层神经元数量,而且构造样本点的数量也比较有限,从而导致 BPNN 难以获得理想的近似精度。类似的,虽然理论上 SVR 的近似精度不低于 RBF,由于并未对 SVR 模型参数进行优化,导致其近似精度不及 RBF。值得注意的是,由于模型参数与近似精度的映射关系呈现多峰值甚至非连续的数值特征,即使引入优化过程也难以获取最优模型参数,而且势必极大地增加计算成本。

通过以上对比分析可知,在缺乏先验知识且样本点相对稀疏的前提下,五种代理模型的近似能力由高及低依次为 KRG>RBF>SVR>MLS>BPNN>PRSM。

3.3.2 精度校验方法分析

为了分析 CV 的特点,分别使用 K 分法($K=10$)与 LOO 计算代理模型的 RMSE,其结果如表 5 所示。显然,CV 所得 RMSE 值与真实 RMSE 值(表 4)存在差异。对于 PK、SC 以及 F16 问题,由 CV 计算的 RMSE 值普遍大于表 4 中的真实值。这是因为 CV 方法在构造代理模型时需要依次剔除一定数量的样本点,一旦特征样本点被移除将显著降低代理模型精度,导致 CV 高估 RMSE 值(估计值大于真实值)。例如,图 6a 中的 Kriging 代理模型能够较好地逼近真实函数,若 LOO-CV 移除特征样本点($x=0.75$),图 6b 中 Kriging 在测试点处的误差将非常大,最终导致 CV 高估 RMSE 值。

此外，CV 方法还可能低估 RMSE 值，如 HN 问题。图 7 对 CV 低估 RSME 的现象进行了直观的解释。显然，图 7 中线性代理模型的近似精度极差。通过 LOO-CV 计算 RMSE 时，采用任意两个样本点所构造的线性代理模型都通过测试点，即 LOO-CV 所得 RMSE 值为零，出现严重低估的现象，不能客观反映代理模型的真实精度。通常，构造样本点越稀疏、近似对象非线性程度越高，CV 所得 RMSE 值与真实值差异越显著。

由表 4 与表 5 的数据可知，与 K-Fold 相比，LOO 的结果更接近真实值。此外，表 4 与表 5 中代理模型的精度排序结果也不尽相同。需要指出的是，当测试样本点数量较少时，使用 SSV 进行精度校验也存在与 CV 类似的缺陷。

由于精度校验方法所得 RMSE 值与真实值的差异，根据精度评估值选择代理模型存在不确定性，有必要引入混合代理模型改善代理模型选择的合理性。

表 4 基于 SSV 的代理模型近似精度对比

测试函数	PRSM		MLS		RBF		Kriging		BPNN		SVR	
	RSME	R ²	RSME	R ²	RSME	R ²	RSME	R ²	RSME	R ²	RSME	R ²
PK	1.704	0.179	0.674	0.872	0.351	0.965	0.327	0.969	1.178	0.607	0.341	0.967
SC	4.949	0.845	0.972	0.994	0.907	0.995	0.014	1.000	0.513	0.998	0.117	0.999
HN	0.279	0.434	0.247	0.560	0.195	0.726	0.187	0.746	0.315	0.272	0.234	0.647
F16	4.123	0.974	2.507	0.987	1.934	0.992	2.892	0.983	10.894	0.755	4.356	0.971

表 5 基于 CV 计算的代理模型 RSME 值对比

测试函数	PRSM		MLS		RBF		Kriging		BPNN		SVR	
	K-Fold	LOO	K-Fold	LOO	K-Fold	LOO	K-Fold	LOO	K-Fold	LOO	K-Fold	LOO
PK	1.667	1.667	3.426	29.164	0.942	0.899	0.760	0.728	1.794	1.335	1.076	1.105
SC	5.023	5.010	26.343	4.887 5	2.144	1.798	0.089	0.042	6.262	8.611	2.534	2.210
HN	0.205	0.205	0.183	0.184 0	0.160	0.156	0.140	0.148	0.254	0.273	0.225 2	0.216
F16	1.501	1.417	4.592	16.234 8	1.954	2.020	2.986	3.111	11.384	10.347	42.410	39.288

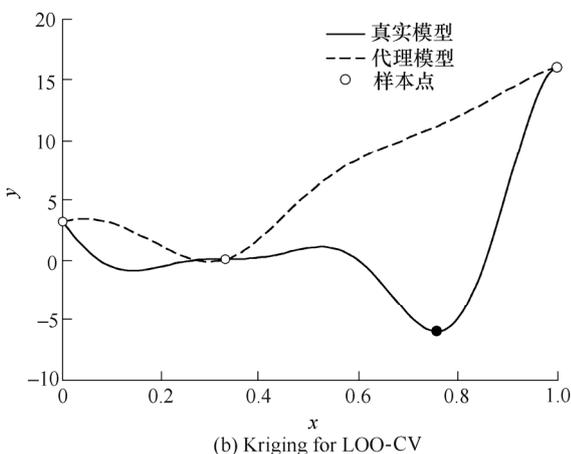
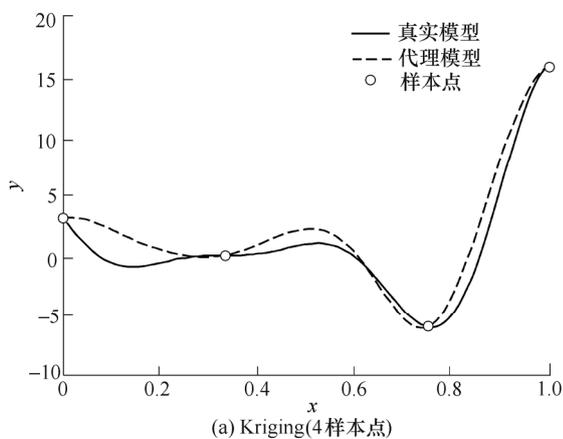


图 6 CV 高估代理模型 RMSE 示例

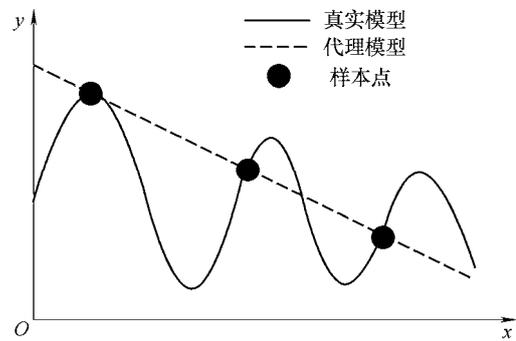


图 7 CV 低估代理模型 RMSE 示例

3.3.3 综合性能探讨

除近似精度外，在飞行器设计优化中还需要考虑代理模型的其他性能，包括计算成本以及软件实现难度。

代理模型的计算成本包括构造成本与预测成本两方面。相比前者，使用代理模型进行预测的计算成本通常可以忽略不计。代理模型的构造成本跟问题维度与样本点规模成正比。以 F16 问题为例，对比分析各种代理模型的计算成本。使用相同构造样本点，不同代理模型的构造时间呈现显著差异，如图 8 所示。PRSM、MLS、RBF 以及 KRG 所需的构造时间都小于 1 s，可以忽略不计。由于构造过程中需要求解子优化问题，BPNN 与 SVR 的计算成本

增加显著,其中 SVR 的计算成本最高,耗时高达 381.76 s。虽然,构造 KRG 模型也依赖于优化过程,由于本文所使用的 KRG 工具包采用简化的模式搜索算法获取次优解,在兼顾近似精度的前提下,极大地降低了计算成本。

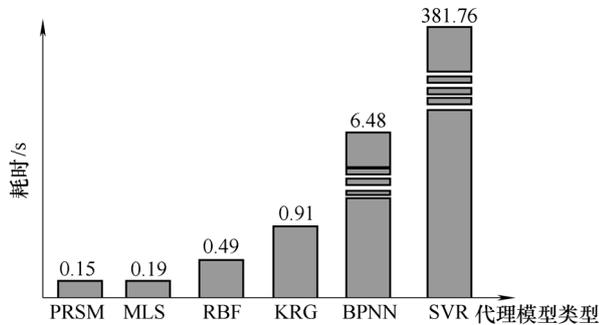


图 8 代理模型构造时间对比(F16 问题)

根据第 3.1 节中的数学基础以及作者的开发经验,代理模型方法的软件实现难度由难及易依次为 SVR>BPNN>KRG>MLS>RBF≈PRSM。

表 6 从类型、近似精度、计算成本、软件实现难度以及鲁棒性五个方面对六种常见代理模型的综合性能进行了总结。PRSM 通常为拟合型代理模型,当构造样本点数等于多项式项数时,PRSM 退化为插值型。通过调节影响域半径和非敏感系数可以使 MLS 与 SVR 呈现插值或拟合特性。在工程应用中,如果高精度分析模型存在数值噪声(例如 CFD 模型或非线性 FEA 模型),建议采用拟合型代理模型以平滑数值噪声。MLS、BPNN 以及 SVR 的近似精度受模型调节参数的影响较大,导致其鲁棒性较差,工程实用性受到较大的限制。

表 6 典型代理模型的综合性能总结

代理模型	类型	近似精度	计算成本	实现难度	鲁棒性
PRSM	拟合/插值	较差	较好	较好	较好
MLS	拟合/插值	中等	较好	中等	中等
RBF	插值	较好	中等	较好	中等
KRG	插值	较好	中等	中等	较好
BPNN	拟合	中等	较差	较差	较差
SVR	拟合/插值	较好	较差	较差	较差

总体而言,RBF 与 KRG 的综合性能明显优于其他代理模型。在静态近似优化策略中,应该选择近似精度最高的代理模型(或混合代理模型);而在自适应近似优化策略中,则应该折中考虑代理模型的计算成本与鲁棒性等特性。文献调研表明,RBF、KRG 以及 PRSM 在自适应近似优化策略中的应用更加广泛。

4 代理模型管理与更新策略

代理模型管理与更新策略是提高近似优化策略的优化效率,增强全局收敛性的核心技术。代理模型管理与更新策略的研究重点在于如何根据现有信息新增样本点,提高代理模型的精度,引导优化过程快速收敛到最优解。本节对静态与自适应近似优化策略中的代理模型管理与更新策略进行论述。

4.1 静态近似优化策略

静态近似优化策略必须保证代理模型的全局近似精度。若精度校验不满足要求,则需要对代理模型进行更新。主要的代理模型更新策略包括基于序列无偏采样的更新策略与基于序列有偏采样的更新策略。

4.1.1 序列无偏采样

若代理模型近似精度未知,通常通过序列无偏采样增加样本点。最简单的无偏采样方法不考虑现有样本点的空间分布,直接使用 DoCE 方法新增样本点。新增样本点可能与现有样本点的距离过近,甚至重合。这使得增广的构造样本点难以保证空间均匀性,不利于充分提高代理模型的精度。另外,如果样本点过于密集甚至重合,构造代理模型时可能出现矩阵病态甚至奇异^[62]。

为了改善新增样本点与现有样本点的空间均匀性,可以通过筛选或优化确定新增样本点。其中,筛选法最易于实现,即生成一定规模的备选样本点,然后基于空间均匀性准则从中挑选新增样本点。优化法类似第 3 类 OLHD 方法,以空间均匀性准则为目标函数构造优化问题,确定新增样本点,如 Quasi-LHD^[96]等方法。

序列无偏采样是最简单的代理模型管理与更新策略,由于未能充分利用当前代理模型的信息,该方法的效率较低。

4.1.2 序列有偏采样

若代理模型在设计空间不同区域的近似精度已知,则可以采用序列有偏采样,在近似精度较差的区域新增样本点。与序列无偏采样相比,序列有偏采样更加高效。

代理模型在不同区域的近似精度通常通过以下两类方法获得。其一,通过 CV 计算不同样本点附近的近似精度,但是该方法需要反复构造代理模型,所需计算成本较大。其二,利用 KRG 的预估方差信息确定近似误差较大的区域,该方法计算量更小。

例如,图 5b 中在 KRG 预估方差最大的三个峰值处新增样本点,更新后的 KRG 近似精度得以显著提升,如图 9a 所示。图 9b 中的预测方差曲线表明,第一次更新后的 KRG 的全局近似精度仍然需要进一步提高,为此在预测方差的 6 个峰值处新增

样本点。第二次更新后图 9c 中的 KRG 已经能够很好地逼近真实函数，其近似误差趋于零，如图 9d 所示。对该 KRG 进行优化，即可获得真实问题的全局最优解。

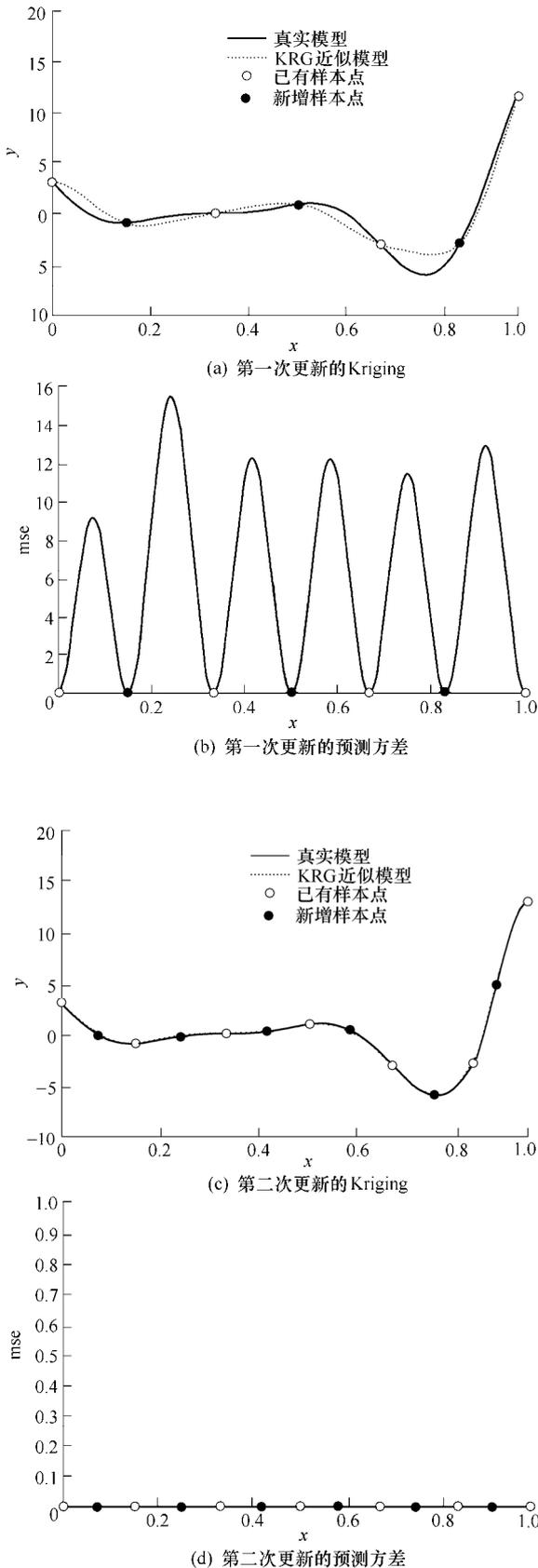


图9 基于KRG预估方差序列有偏采样示例

在静态近似优化策略中，代理模型管理与更新策略的目的在于提高代理模型的全局近似精度，对于高阶非线性多峰值问题，该过程需要大量构造样本点，导致优化效率较低。

例如，图 9a 中的一维问题仅需要添加全局最优解附近的样本点即可引导优化收敛到全局最优解，其它样本点对于快速搜索全局最优解并无实质意义，造成了计算资源的浪费。由上述分析可知，通过提高代理模型全局近似精度以搜索全局最优解的静态近似优化策略存在效率不足的缺陷。而且，当样本点规模有限时，很难保证代理模型的全局近似精度。因此，静态近似优化策略极可能遗漏原问题的全局最优解，甚至难以保证收敛到局部最优解。

4.2 自适应近似优化策略

为了进一步提高近似优化策略的效率与收敛性，国内外学者陆续开展自适应近似优化策略研究，其基本求解流程如第 1.2 节所述。在自适应近似优化策略中，代理模型管理与更新策略不再关注代理模型的全局近似精度，仅在兴趣区域(Region of interest, ROI)进行有偏序列采样，改善代理模型在 ROI 附近的局部近似精度，引导优化过程快速收敛到全局(局部)最优解。其中，ROI 即为可能存在全局最优解的区域。

4.2.1 添加近似最优解

在自适应近似优化策略中，添加近似最优解是最简单的代理模型管理与更新策略。使用全局搜索算法对当前代理模型进行优化，获得近似最优解 \hat{x}^* 。 \hat{x}^* 可视为在已知信息条件下最接近真实最优解的设计点，因此将 \hat{x}^* 作为新增样本点更新代理模型，并重复上述过程直至收敛。该方法概念清晰，实现简单，但是难以保证收敛到全局最优解。当样本点过于稀疏，初始代理模型的不确定性较大时，该方法甚至不能收敛到局部最优解。

例如，使用 4 个样本点构造的 KRG 如图 5 所示，当前近似最优解与第 3 个样本点重合，导致添加近似最优解的方法不能获得真实最优解。

4.2.2 基于空间缩减的序列采样

基于空间缩减的序列有偏采样基本思想可描述如下。首先对当前代理模型进行优化，然后根据优化结果确定可能存在全局最优解的 ROI，再使用 DoCE 方法在 ROI 内新增样本点，更新代理模型，并重复上述过程直至收敛。

通常，ROI 以空间超立方的形式表示，在迭代中 ROI 的尺寸根据已知信息增大或者缩小。缩小 ROI 的尺寸可以加强局部搜索性(Local exploitation)，即提高代理模型的局部近似精度，加

速近似优化策略收敛到局部最优解；增大 ROI 的尺寸可以加强全局探索性(Global exploration)，即帮助优化过程跳出局部最优，提高收敛到全局最优解的概率。需要指出的是，由于 PRSM 不能很好地近似多峰值问题，基于 PRSM 的近似优化策略在迭代过程中，需要将设计空间限定在 ROI 内以保证 PRSM 的近似精度。对于 RBF、KRG 等代理模型方法，无须限制设计空间的大小，只需要在 ROI 内新增样本点，而在初始设计空间内更新代理模型并寻优。

常见的基于空间缩减序列采样方法包括：信赖域(Trust region)方法^[97]、分割平面(Cutting plane)方法^[49]以及重点设计空间(Significant design space, SDS)方法^[98-99]等。

信赖域方法根据代理模型对目标函数改善程度的预测能力 t 调整 ROI 的大小。

$$t = (f_{k-1}^* - f_k^*) / (f_{k-1}^* - \hat{f}_k^*) \quad (30)$$

式中， f_k^* 、 f_{k-1}^* 分别为当前与上一次迭代中近似最优解处的真实目标函数值； \hat{f}_k^* 为当前近似最优解处代理模型的预测值。 t 越大表明基于代理模型的优化能够引导优化显著降低目标函数值；反之表明目标函数改善程度不明显；若 t 取负值，则表示基于当前代理模型的优化不能降低目标函数值。

根据式(31)中的信赖域半径 δ_{k+1} 可确定 ROI 的空间大小。若 $t < 0.10$ 则缩减 ROI 以提高代理模型精度；当 $t > 0.75$ 时，增大 ROI 以提高全局探索能力， Δ 为信赖域半径上限；当 $0.10 \leq t \leq 0.75$ 时，信赖域半径保持不变。

$$\delta_{k+1} = \begin{cases} c_1 \|\mathbf{x}_k^* - \mathbf{x}_{k-1}^*\| & t < 0.10 \\ \min(c_2 \|\mathbf{x}_k^* - \mathbf{x}_{k-1}^*\|, \Delta) & t > 0.75 \\ \|\mathbf{x}_k^* - \mathbf{x}_{k-1}^*\| & 0.10 \leq t \leq 0.75 \end{cases} \quad (31)$$

$0 < c_1 < 1, c_2 > 1$

文献[97]已证明：基于信赖域的代理模型管理与更新策略能确保收敛到局部最优解，而且具有收敛到全局最优解的能力。标准的信赖域方法依赖梯度信息，广泛应用于基于代理模型的多精度近似优化策略，例如，PÉREZ 等^[100]提出了基于信赖域的自适应设计方法，逐步增加样本点更新 PRSM 代理模型。GANO 等^[101]在多精度优化中基于信赖域对 KRG 模型进行修正。此外，龙腾等^[47]提出了基于信赖域的动态 RBF 代理模型优化策略(Optimization strategy using trust region based dynamic RBF optimization strategy, TR-DRBF)，该方法不再依赖于梯度信息。CHENG 等^[102]使用信赖域方法控制追峰采样(Mode-pursuing sampling, MPS)方法的采样过

程，显著提升了 MPS 策略对高维问题的优化效率。信赖域方法效率较高，但是对于多峰值问题，可能遗漏全局最优解。

WANG 等^[49]在自适应响应面优化策略研究中，通过分割平面删除代理模型响应值较大的设计空间，然后在缩小的 ROI 内使用 DoCE 方法新增样本点，更新 PRSM 代理模型。分割平面法的基本思想是，根据现有样本点信息选择较大的阈值构造分割平面，然后通过 $2n_v$ 次子优化确定分割平面与当前 PRSM 曲面的交面，并确定交面边界的内侧区域为 ROI。ARSM 及其衍生的近似优化策略^[50, 64, 103, 104]都采用分割平面法更新代理模型。分割平面法能够高效的实现空间缩减，有利于快速收敛到局部最优解，但是分割平面法不能增大 ROI，导致该方法很可能遗漏全局最优解。

龙腾等^[98]提出的重点设计空间(Significant design space, SDS)方法是另一种基于空间缩减序列采样的代理模型管理与更新策略。其基本思想是，以当前目标函数值最小的样本点 \mathbf{x}_{best} 为中心构造重点设计空间作为 ROI，SDS 的尺寸由代理模型在 \mathbf{x}_{best} 附近的近似精度决定。SDS 方法使用近似最优解处目标函数值的相对误差表示近似精度，如式(32)所示

$$e_k = \left| (f_k^* - \hat{f}_k^*) / f_k^* \right| \quad (32)$$

尺寸缩放系数 $\mathcal{G}_k = e_a / e_k$ 。其中， e_a 为可接受误差，通常取 0.001 ~ 0.050。如果代理模型的近似精度满足要求($e_k < e_a$)，则 $\mathcal{G}_k > 1$ ，增大 SDS 尺寸以探索全局最优解；否则 $\mathcal{G}_k < 1$ ，缩小 SDS 尺寸以提高代理模型的精度加快搜索局部最优解。龙腾等^[98]使用 SDS 替换分割平面法，提出了改进的自适应响应面优化策略(Enhanced adaptive response surface method, EARSM)并将其用于大展弦比机翼多学科设计优化^[19, 34]。在 SDS 方法的基础上，彭磊等^[66]提出了序列 RBF 优化策略(Sequential RBF, SRBF)，并用于含离散变量的卫星平台结构优化^[105-106]。与信赖域方法相比，SDS 方法直接根据最优性与近似精度构造 ROI，能够更加高效地提高代理模型在最优解附近的近似精度，而且算法参数少于信赖域方法。

基于空间缩减的序列采样通常能够保证近似优化策略快速的收敛到局部最优解，并具有一定探索全局最优解的能力。然而，对于复杂多极值问题，基于空间缩减的序列采样难以确保收敛到全局最优解。

4.2.3 空间填充序列采样

基于空间填充序列采样的代理模型管理与更新策略根据已知信息，直接进行空间填充采样，无须构造 ROI。具有代表性的研究成果包括：高效全局优化策略(Efficient global optimization, EGO)^[62]、

追峰采样策略(Mode-pursuing sampling, MPS)^[107]、基于进化操作的采样策略^[108]以及基于模糊聚类的采样策略^[67]等。

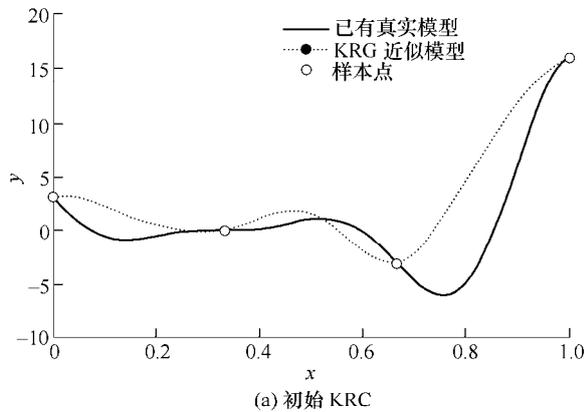
EGO使用KRG作为代理模型,将任意未知点 x 处 KRG 的预测值 $\hat{f}(x)$ 视为服从正态分布 $N(\mu, s^2)$ 的随机值,其中均值 μ 和方差 s^2 由当前 KRG 确定。引入期望改善度(Expected Improvement, EI)作为确定空间填充序列采样的准则

$$EI(x) = (f_{\min} - \hat{f}(x))\Phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{f}(x)}{s(x)}\right) + s(x)\phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{f}(x)}{s(x)}\right) \quad (33)$$

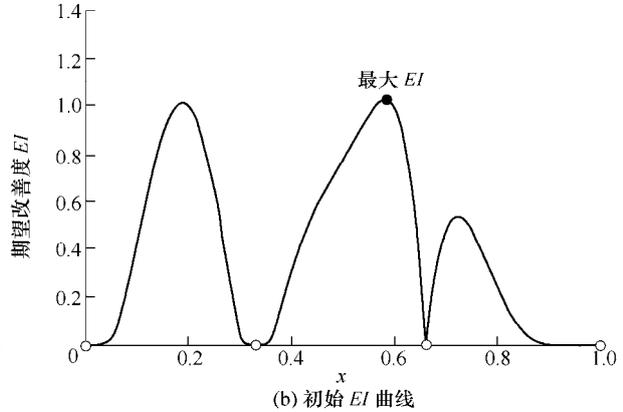
式中, f_{\min} 为当前样本点中目标函数的最小值; $\hat{f}(x)$ 和 $s(x)$ 分别为 KRG 预测的目标函数值与标准

差。 $\phi(\bullet)$ 与 $\Phi(\bullet)$ 分别为标准正态分布的概率密度函数与累计概率密度函数。 $EI(x)$ 值越大表明在 x 处代理模型的预测值越小,或者近似精度越差。EGO 的基本思想是通过优化获取 $EI(x)$ 最大的位置,并在该处新增样本点更新代理模型,直至收敛。本质上,EGO 可视为序列有偏采样策略(第 4.1.2 节)与添加近似最优解策略(第 4.2.1 节)的有效融合。

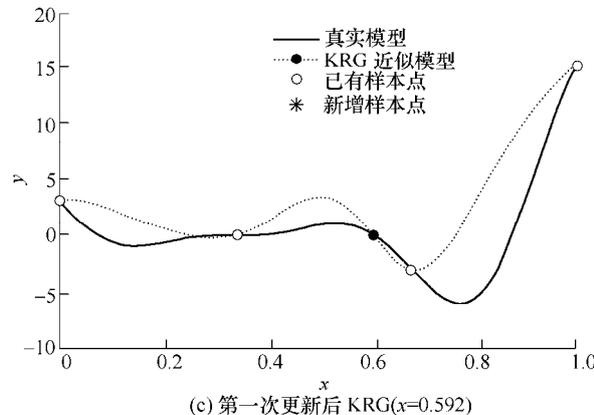
假设初始样本点与初始 KRG 模型如图 5a 所示,EGO 的序列采样过程如图 10 所示。由图 10 可知,EGO 仅需要新增四个样本点即可收敛到全局最优解。而第 4.1.2 节中基于近似误差的序列有偏采样需新增 9 个样本点,第 4.2.1 节中添加近似最优解的方法甚至不能收敛到最优解。因此,EGO 具有较高的效率和全局收敛性。



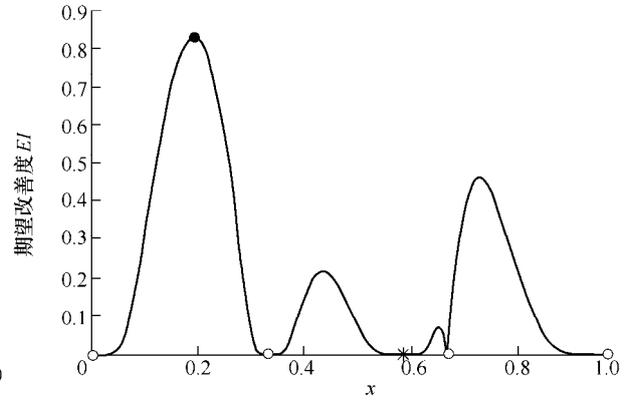
(a) 初始 KRG



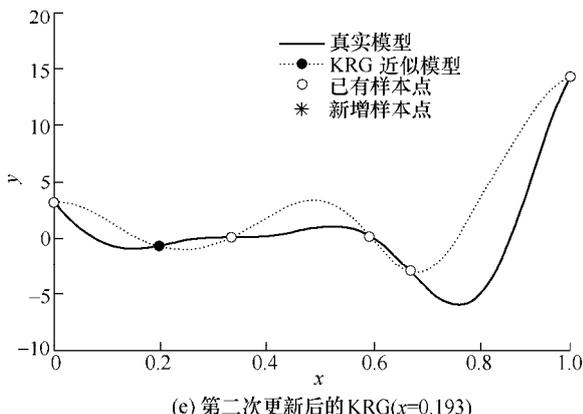
(b) 初始 EI 曲线



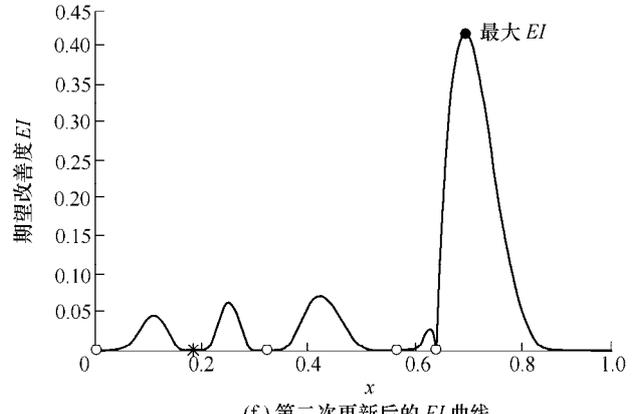
(c) 第一次更新后 KRG(x=0.592)



(d) 第一次更新后的 EI 曲线



(e) 第二次更新后的 KRG(x=0.193)



(f) 第二次更新后的 EI 曲线

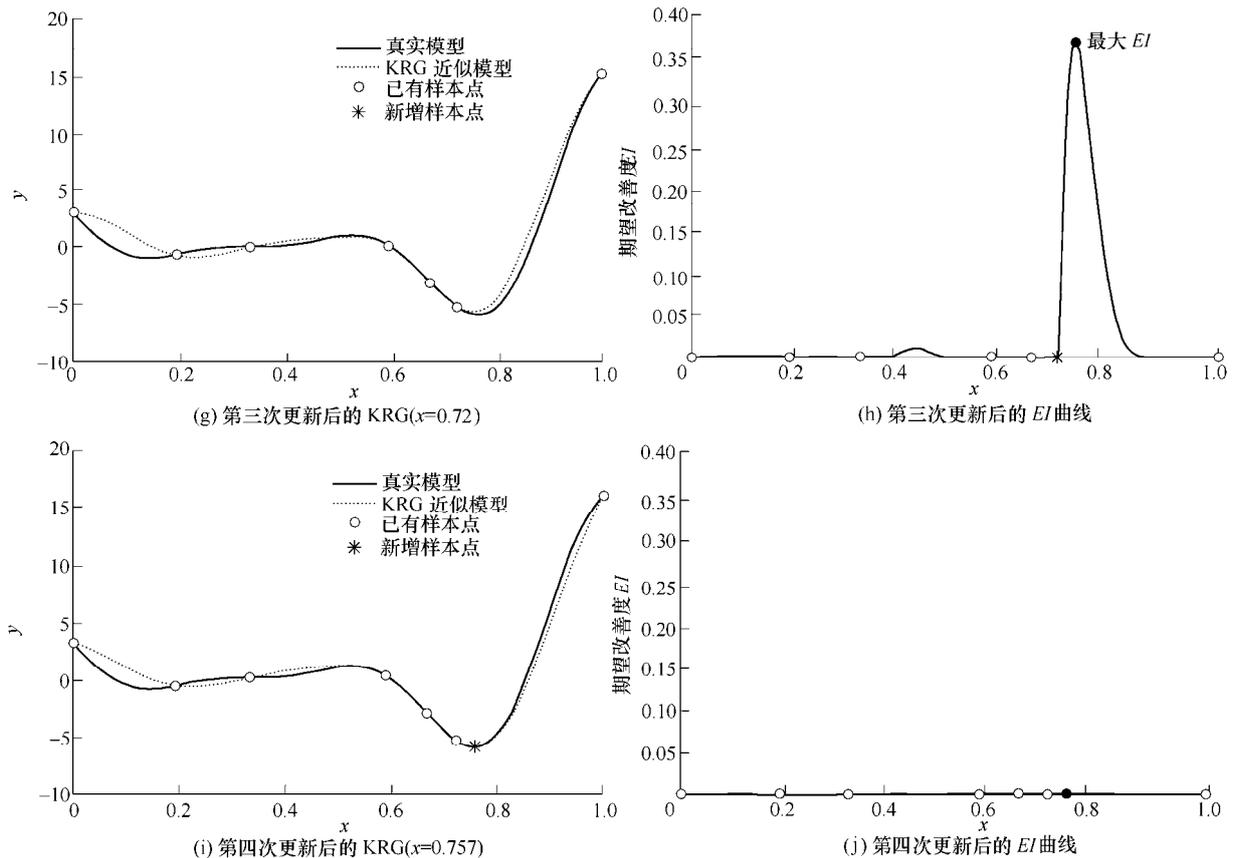


图 10 EGO 的空间填充序列采样过程

但是,由于 EI 曲线呈现多峰值特征,对于高维问题,很难准确获得 EI 最大值,从而降低了序列采样的针对性与优化效率。除 EI 准则外,还可以使用其他准则确定空间填充序列采样点,例如改善概率(Probability of improvement, PI)^[109]等。SASENA 等^[110]对其他基于概率的空间填充采样准则进行了研究,并提出了 SuperEGO^[111]用于人体工程学测试。VIANA 等^[63]提出了 MSEG0 根据多种代理模型的信息在每次迭代中新增多个样本点以减少迭代次数。2014 年,CHAUDHURI 等^[112]提出了基于自适应目标点设定的 EGO。

MPS^[107]是另一种基于空间填充序列采样的代理模型管理与更新策略。其基本流程如下:采用现有样本点构造 RBF 代理模型,在设计空间内均匀的生成大量简单样本点(Cheap samples),根据简单样本点处目标函数的 RBF 预测值,构造概率密度函数 $\psi(x)$,然后根据 $\psi(x)$ 随机选取少量空间填充采样点,更新代理模型直至收敛。 $\psi(x)$ 使得 $\hat{f}(x)$ 越小的点,被选中的概率越大。MPS 策略的新增样本点一方面逐步趋于最优解,另一方面具有全面覆盖设计空间的能力,从而兼顾局部搜索性与全局探索性。文献^[107]对 MPS 的全局收敛性进行了证明,并使

用 PRSM 加强局部搜索。DUAN 等^[113]对 MPS 的性能进行详细探讨,发现对于中低维问题 MPS 能够较快地收敛到全局最优解,但是对于高维问题的优化效率存在缺陷。SHARIF 等^[115]提出了离散 MPS 优化策略(D-MPS)求解离散优化问题。SHAN 等^[116]提出了 Pareto 集追踪算法(Pareto set pursuing, PSP)高效的求解多目标优化问题,根据 Pareto 前沿点的支配关系与目标函数的预测值,PSP 使用 MPS 的思想确定新增样本点更新代理模型。针对大规模 MDO 问题,WANG 等^[117-118]在 MPS 的基础上发展了一种联合寻优方法(Collaboration pursuing method, CPM),并用于飞行器概念设计。

进化族算法(如遗传算法,粒子群算法等)在优化过程中通过进化操作算子不断更新种群,直至收敛。基于进化操作的序列采样方法,根据进化操作生成一定规模的种群,并使用当前代理模型计算个体适应度的预测值,然后选择少量适应度较小的个体作为新增样本点,更新代理模型,直至收敛。此类方法沿用了传统进化算法的求解框架,具有较高的全局收敛性。GIANNAKOGLU 等^[108]以神经网络作为代理模型,通过遗传进化确定新增样本点,提出了低成本遗传算法(Low-cost genetic

optimization based on inexact preevaluations ,GA-IPE) 并将其用于翼型气动优化设计。TANG 等^[119]使用杂交代理模型对高精度模型进行近似, 根据粒子群进化确定新增样本点, 提出了一种基于代理模型的 PSO 算法 (Surrogat based particle swarm optimization, SBPSO)。

此外, 李昱霖等^[67]提出了基于模糊聚类与代理模型的全局优化策略 (Metamodel-based global optimization using fuzzy clustering for design space reduction, FCR) 使用模糊聚类对设计空间进行缩减与合并, 在可能存在全局最优解的多个区域对代理模型进行优化, 选择目标函数值最小的点作为序列空间填充样本点更新代理模型。文献^[67]将 FCR 用于求解高超声速飞行器升力面结构设计优化问题。

综上所述, 基于空间填充序列采样的代理模型管理与更新策略根据某种概率信息, 直接在可能存在全局最优解的位置新增样本点, 提高代理模型的局部近似精度。此类方法具有较好的全局收敛性, 对于中低维问题的优化效率较高。但是, 由于空间搜索能力不足, 此类方法求解高维问题的效率较低。

4.3 收敛条件

根据文献调研, 近似优化策略常用的收敛准则总结如下。

第 k 次迭代中的可能最优解 \mathbf{x}_k^* 必须满足约束条件, 即可行性准则 C_1 , 如式(34)所示

$$C_1: \max(g_i(\mathbf{x}_k^*)) \leq \xi_1 \quad (34)$$

式中, ξ_1 为可接受的约束违背度容差, 对于归一化的约束条件, 通常取 $\xi_1 \leq 0.001$ 。

最优性准则 C_2 用于反映连续两次迭代中目标函数的改善程度, 通常取 $\xi_2 \leq 0.001$ 。

$$C_2: |f(\mathbf{x}_k^*) - f(\mathbf{x}_{k-1}^*)| / |f(\mathbf{x}_k^*)| \leq \xi_2 \quad (35)$$

为了保证近似优化策略所得结果的可信度, 需要引入近似精度准则 C_3 以考核代理模型在 \mathbf{x}_k^* 附近的近似精度, 通常取 $\xi_3 \leq 0.01$ 。

$$C_3: |\hat{f}(\mathbf{x}_k^*) - f(\mathbf{x}_k^*)| / |f(\mathbf{x}_k^*)| \leq \xi_3 \quad (36)$$

此外, 为了控制计算量与优化时间, 近似优化策略还可以根据计算成本判断是否停止迭代, 包括最大迭代次数准则 $C_4: N_{it} \geq N_{it}^{\max}$, 最大模型调用次数准则 $C_5: N_{fe} \geq N_{fe}^{\max}$ 以及最大许用时间准则 $C_6: T \geq T_{\max}$ 。若计算成本或者所用 CPU 时间超过预设上限, 则停止迭代并输出当前最好结果。在串行计算环境下, 计算时间 T 由模型调用次数 N_{fe}^{\max} 决定; 而在并行计算环境下, 计算时间 T 还受迭代次

数 N_{it} 影响。

在工程应用中, 当近似优化策略已经获得满足工程要求的设计方案时, 设计人员可以人工终止迭代过程, 即人工终止准则 $C_7: f_{\text{stop}} = \text{true}$ 。

综合上述准则, 近似优化策略的收敛条件包括三种情况: 若准则 C_7 满足, 则优化停止; 若准则 C_1, C_2, C_3 同时满足, 则优化停止; 若准则 C_4, C_5, C_6 任意一个满足, 则优化停止。

5 近似优化策略与分解优化策略

MDO 问题是一类典型的飞行器设计优化问题, 近似与分解是有效缓解计算复杂性问题的两条主要技术途径。本节将对近似优化策略与分解优化策略求解飞行器 MDO 问题的特点进行初步探讨。

分解优化策略(亦称为 MDO 过程)将耦合的飞行器 MDO 问题按照学科分解为若干相对简单的独立优化问题逐个并行的求解, 并通过协调机制保证各学科的一致性^[8]。常见的分解 MDO 策略包括单学科可行法 (Individual discipline feasible method, IDF)^[120]、并行子空间 (Concurrent subspace optimization, CSSO)^[121]、协同优化 (Collaborative optimization, CO)^[122]、二级系统集成综合 (Bi-level integrated system synthesis, BLISS)^[123] 以及解析目标层解 (Analytical target cascading, ATC)^[124] 等。分解近似优化策略具有如下优点: 不依赖于 MDA 过程, 理论上有助于降低计算成本; 分解后各学科分析(或优化)过程支持并行求解, 能够缩短优化时间; 按学科分解符合工业部门的专业划分与科室设置, 有利于组织实施。

但是, 根据文献调研及作者研究经验, 分解优化策略存在如下的缺陷: 数值稳定性较差, 难以保证获得与原问题的真实最优解, 例如协同优化的系统级优化不满足 KKT 条件, 导致其难以收敛到原问题的最优解^[125]; 一致性约束的取值依赖于学科级优化过程, 某些多级分解优化策略(如 CO 与 ATC 等)本质上是“(系统级)优化套(学科级)优化”的过程, 导致其计算成本甚至大于不分解的多学科可行法(MDF), 文献^[126]的研究结果表明, IDF 的效率显著高于 CO/BLISS 等多级分解策略; 引入辅助设计变量进行解耦, 使得优化问题维度增加, 对于大规模耦合状态变量, 可能导致维度灾难; 辅助设计变量的取值范围难以确定, 取值不当可能导致分析过程异常和优化终止; 分解优化策略需要根据不同问题定制解耦协调模型, 难以开发通用优化软件, 这也是目前商业优化软件尚未提供分解

策略优化器的主要原因。

对于求解飞行器 MDO 问题, 近似优化策略具有如下优势: 使用代理模型近似 MDA 过程, 能够显著降低计算成本; 收敛性与数值稳定性更高, 大部分近似优化策略在理论上都能保证收敛到局部最优解, 而且具有全局搜索能力; 支持并行计算, 可进一步缩短优化时间; 无须额外增加优化问题维度; 容错能力更强, 支持优化过程的中止与继续; 所有近似优化策略与具体问题无关, 易于开发通用优化器, 常用的商业优化框架(DAKOTA/ModelCenter/iSight/Optimus 等)都不同程度地提供了近似优化功能。

当然, 近似优化策略也存在如下局限性: 对于涉及高耗时约束的优化问题, 近似优化策略的效率有所下降; 需要定制学科模型接口, 实现 MDA 过程; 对于高维 MDO 问题, 近似优化策略的收敛速度与优化效率仍有待进一步提高。本文将在第 6 节通过飞行器概念设计实例对近似优化策略与分解优化策略的性能进行探讨。

鉴于两种优化策略的特点, 应该根据不同 MDO 问题选择合适的优化策略进行求解。例如, 对于设计变量数量远大于耦合状态变量的弱耦合 MDO 问题, 应该选择 IDF 等高效的单级 MDO 分解策略; 对于耦合状态变量较多的强耦合 MDO 问题, 建议采用近似优化策略。事实上, 国内外学者已经将静态代理模型用于提高 CSSO、CO 以及 BLISS 等多级 MDO 策略的优化效率。后续研究中, 可以将自适应近似优化策略与分解策略相结合以进一步减少学科分析模型的调用次数。

6 近似优化策略性能探讨

本节将通过标准数值算例与飞行器设计优化

实例对典型近似优化策略的性能进行探讨。选择基于 KRG 的静态近似优化策略(Static kriging, ST-KRG)、逐次添加近似最优解的自适应 RBF 优化策略(Adaptive radial basis function, ARBF*)、EARSM^[127]、SRBF^[66]、TR-DRBF^[47]、EGO^[62]、MPS^[107]以及 FCR^[67]进行对比研究。其中, EARSM、SRBF 与 TR-DRBF 为基于空间缩减序列采样的自适应近似优化策略, 而 EGO、MPS 以及 FCR 为基于空间填充序列采样的自适应近似优化策略。所有自适应优化策略的设置参数与相应文献相同。第 6.2 节将对分解优化策略(IDF 和 CO)与近似优化策略求解飞行器 MDO 问题的性能进行探讨。

6.1 标准数值算例

本节所用的多极值高阶非线性数值函数已被广泛用于测试近似优化策略的综合性能^[50, 62, 66-67, 107], 具体函数形式详见式(25)~(29)。ST-KRG 策略中构造样本点数取 7 种自适应近似优化策略所需模型调用次数的最大值。为了体现近似优化策略的特点, 引入飞行器设计优化最常用的遗传算法(Genetic algorithm, GA)与序列二次规划(Sequential quadratic programming, SQP)进行比较。鉴于 SQP 初值敏感的缺陷, 使用多初值 SQP(Multi-starts sequential quadratic programming, M-SQP)以增强其全局搜索能力。

为了消除随机性, 对于每个测试问题, 所有优化方法都连续执行 30 次。以最优目标函数(f^*)的中位数考核全局收敛性, 使用模型调用次数(N_{fe})与耗时(t)的平均值衡量优化效率。由于数值函数计算耗时(约 0.01 ms)可忽略不计, 优化耗时可视为算法开销。标准数值算例的优化结果如表 7 所示。其中, 表头括号中列出了每个测试问题的理论全局最优解。

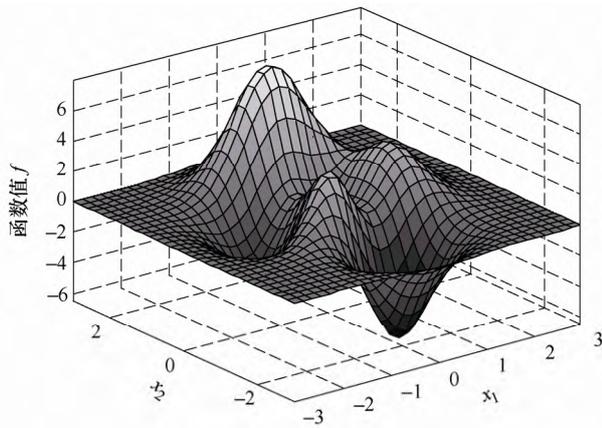
表 7 标准数值算例优化结果

优化策略	PK (-6.551)			SC (-1.032)			GF (0.000)			HN (-3.322)			F16 (25.875)		
	最优函数值	模型调用次数	平均耗时(s)	最优函数值	模型调用次数	平均耗时(s)	最优函数值	模型调用次数	平均耗时(s)	最优函数值	模型调用次数	平均耗时(s)	最优函数值	模型调用次数	平均耗时(s)
ST-KRG	-3.049	82.0	4.849	-1.0312	45.0	1.638	0.840	128	17.857	-3.117	614	2.872E3	27.099	1160.0	6.960
ARBF*	-6.545	14.3	1.024	-1.029	11.3	0.751	0.903	45.6	5.268	-2.0156	31.4	1.105	28.081	82.4	4.095
EARSM	-6.551	26.8	0.127	-1.032	29.5	0.126	0.000	38.0	0.174	-3.322	208.8	1.551	25.875	630.5	5.333
SRBF	-6.551	31.3	1.9746	-1.031	24.6	1.092	0.00	33.0	12.098	-3.322	93.50	2.191	25.875	299.4	7.145
TR-DRBF	-6.551	17.4	2.774	-1.031	17.6	2.808	0.000	28.2	9.235	-3.322	41.2	5.489	26.083	87.6	8.349
FCR	-6.551	23.3	230.730	-1.032	22.1	186.690	0.00	116.3	1.18E3	-3.322	61.0	503.874	26.056	92.1	756.49
MPS	-6.551	67.8	10.496	-1.032	32.9	4.425	0.000	100.4	16.190	-3.322	613.4	109.102	29.387	921.0	176.86
EGO	-6.551	81.6	449.959	-1.032	44.8	209.928	0.000	127.7	758.529	-3.320	112.4	875.835	29.786	1160.0	5.210E4
GA	-3.050	1040.0	<0.01	-1.032	1 040.0	<0.01	0.00	1086.0	<0.01	-3.318	1 122.0	<0.01	26.318	1 744.0	<0.01
M-SQP	-6.551	250.0	<0.01	-1.032	314.0	<0.01	0.00	597.5	<0.01	-3.322	1 267.0	<0.01	25.875	3 882.0	<0.01

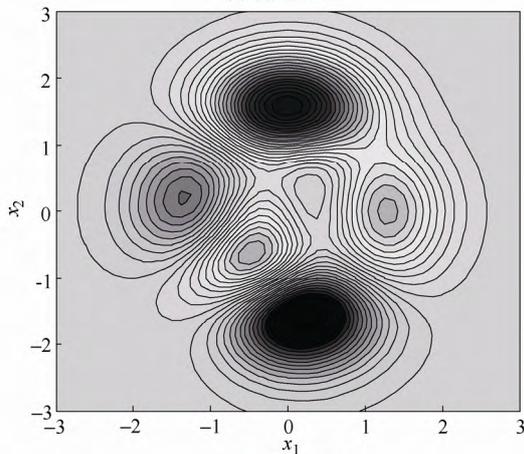
对于中低维问题(PK、SC、GF与HN)，除ST-KRG与ARBF*外，所有自适应近似优化策略都能收敛到全局最优解，具有良好的全局收敛性，收敛性与M-SQP相当，且优于GA。代理模型的全局近似精度不足使得ST-KRG的收敛性较差。ARBF*自适应近似优化策略出现了收敛到局部最优解甚至非极小值的情况。可见，正如第4.2.1节的分析所言，对于高阶非线性多极值问题，逐次新增近似最优解并不能保证收敛。

如图11所示，PK问题存在3个非零局部最优解(-6.551, -3.050, -0.065)以及无数个零值局部最优解，更能体现不同方法的全局收敛性。图12给出了各种方法连续30次求解PK的优化结果箱线图。

由图12可知，ST-KRG全局收敛性最差，GA次之。ARBF*为收敛性最差的自适应近似优化策略。EARSMSRBF、TR-DRBF以及MPS的全局收敛性相当，且明显优于ARBF*。基于空间填充序列采样的近似优化策略在求解低维优化问题时的全局收敛性更强。其中，FCR的全局收敛性与M-SQP相当，仅2次优化陷入局部最优解(-3.050)；EGO与MPS求解GF函数所需计算量也显著高于其他二维问题，可见，基于空间填充序列采样的近似优化策略(EGO、MPS以及FCR)求解零值最优解问题的优化效率仍有待提高。



(a) 地毯图



(b) 等值线图

图11 PK函数图

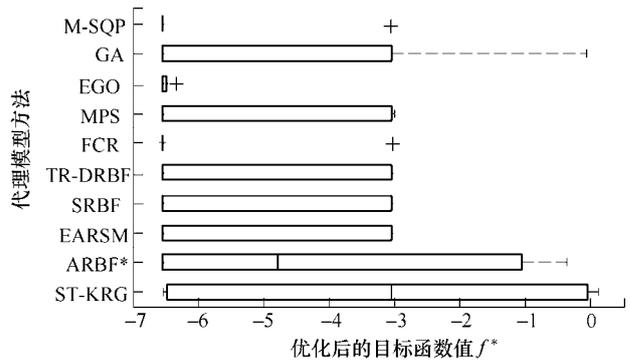


图12 PK函数优化结果箱线图

连续30次优化都能收敛到全局最优解，呈现出最强的全局收敛性。

在优化效率方面，所有近似优化策略所需的 N_{fe} 都少于GA与M-SQP。其中，ARBF*所需计算量最小，但是存在过早收敛的风险。基于空间缩减序列采样的近似优化策略(EARSMSRBF以及TR-DRBF)在优化效率方面具有优势。EGO与MPS的优化效率不及基于空间缩减序列采样的方法。对于PK、SC与HN函数，FCR所需计算成本与基于空间缩减序列采样的方法相当，但是求解GF问题(最优解为零)时， N_{fe} 值急剧增加。EGO与MPS求解GF函数所需计算量也显著高于其他二维问题，可见，基于空间填充序列采样的近似优化策略(EGO、MPS以及FCR)求解零值最优解问题的优化效率仍有待提高。

对于高维F16问题，EARSMSRBF以及M-SQP都能获得精确的全局最优解，TR-DRBF与FCR也能收敛到全局最优解附近。EGO与MPS的收敛性较差，甚至不及ST-KRG与ARBF*。在优化效率方面，ARBF*所需计算量最小，但未能获得全局最优解；EGO与MPS的计算量急剧增加，其 N_{fe} 值虽仍小于GA，但是效率优势已不明显。可见，基于空间缩减的自适应近似优化策略(SRBF、TR-DRBF以及EARSMSRBF)与FCR体现出较高的优化效率。

在算法耗时方面，对于中低维优化问题，基于空间填充序列采样的优化策略的算法开销最大。ST-KRG优化6维HN问题时，OLHD-ESEA生成614个样本点甚至耗时近50MIN；求解高维F16问题，使用lhsdesign获取构造样本点极大地降低了ST-KRG的算法耗时。虽然，近似优化策略的算法耗时高于传统的M-SQP与GA，但是与CFD等高精度分析模型的计算开销相比，其求解中低维问题的算法耗时可忽略不计。文献[114]指出对于高维问题，EGO、FCR以及MPS的算法开销急剧增加，

工程应用中不能简单忽略。例如,求解 F16 问题时,EGO 算法耗时高达 14 h;文献[113]指出 MPS 求解高维问题极其耗时,甚至可能出现内存耗尽的情况。

通过上述对比分析可知,与传统飞行器设计优化方法相比,近似优化策略具有显著的效率优势。ST-KRG 与 ARBF*的收敛性较差,难以获得真实最优解。EGO 等基于空间序列采样的自适应近似优化策略具有更高的全局收敛性,但是优化效率相对较低,而且求解高维设计优化问题的性能较差;SRBF 等基于空间缩减序列采样的近似优化策略能够较好的折中全局收敛性与优化效率,在求解高维问题时具有显著的优势。由于采用了空间填充与空间缩减两类代理模型更新策略的思想,FCR 在测试中体现出较好综合性能。

根据上述研究结果,给出建议如下:求解中低维飞行器设计优化问题时,若追求全局最优方案,建议选择 EGO 等基于空间填充序列采样的近似优化策略,如果侧重优化效率,可以选择 SRBF 等基于空间缩减的近似优化策略;对于高维设计优化问题,建议采用基于空间缩减的近似优化策略或者 FCR。

6.2 公务机设计优化

本节以公务机(Business jet, BJ)设计问题为对象,检验近似优化策略求解 MDO 问题的效率。该问题是 MDO 策略研究中验证算法效率的标准算例^[117, 120, 128-129]。BJ 问题包括气动、结构、推进以及航程四个相互耦合的学科,通过优化使航程 R 最大,其优化模型如式(37)所示。该问题涉及 10 个设计变量与 10 个状态耦合变量,具有高维强耦合的特征。设计变量的描述见表 8,学科分析模型与状态变量的具体描述可查阅文献[117, 130]。

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{10}) \\ & \max R \\ & \text{s.t. } \mathbf{x}_{lb} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{ub} \end{aligned} \quad (37)$$

使用三类优化方法求解 BJ 问题,第 I 类为传统设计优化方法(包括 SQP 与 GA),第 II、III 类分别为分解优化策略与近似优化策略。由于 BJ 问题维度较高,选择 SRBF、TR-DRBF 以及 FCR 自适应近似优化策略进行求解。分别使用单级分解优化策略 IDF 与两级分解优化策略 CO 求解 BJ 问题。IDF 通过引入 3 个辅助变量替换耦合状态变量实现解耦,设计维度增大为 13,而且需要考虑 3 个新增的一致性约束条件。CO 将原问题分解为结构、气动、推进以及航程四个学科级优化问题进行优化,并通过系统级一致性约束进行协调,采用松弛系数法^[125]

避免系统级优化 KKT 条件不满足的缺陷。IDF 与 CO 都采用 SQP 作为优化器。

表 8 公务机设计问题变量列表

设计变量	名称	下界	上界
x_1	翼型厚度比 t/c	0.01	0.09
x_2	飞行高度 h/m	9 144	18 288
x_3	马赫数 Ma	1.4	1.8
x_4	展弦比 AR	2.5	8.5
x_5	后掠角 $A(^{\circ})$	40	70
x_6	机翼面积 S_{REF}/m^2	46.45	148.50
x_7	尖削比 λ	0.1	0.4
x_8	翼盒截面厚度因子 d	0.75	1.25
x_9	表面摩擦因数 C_f	0.75	1.25
x_{10}	油门系数 T	0.1	1

表 9 所给出了 BJ 问题的优化结果对比,其中, N_{me} 表示 MDA 过程的调用次数, N_{fe} 为所有学科分析模型的调用次数,表 9 最后一行给出了 BJ 问题的理论最优解。表 9 中数据表明,除分解优化策略 IDF 与 CO 外,其他方法都需要直接调用 MDA 过程。SQP 与 GA 都能收敛到最优解,但是所需计算量较大。在分解优化策略方面,IDF 能够获得理论最优解,且所需计算成本仅为 SQP 的 48.3%。CO 虽无须直接调用 MDA 过程,由于系统级优化的一致性约束依赖于学科级优化过程,导致 CO 的效率极其低下,计算量分别为 SQP 与 GA 的 77.5 倍和 11.9 倍,而且未能收敛到理论最优解附近。与分解优化策略相比,近似优化策略在优化效率与收敛性方面都表现出一定的优势,SRBF 与 TR-DRBF 都能成功搜索到理论最优解附近,且所需计算量低于

表 9 公务机设计问题优化结果对比

类型	优化策略	最优解	航程/ km	MDA 调 用次数	模型调 用次数
I	SQP	[0.09,60 000,1.4,2.5,70, 1 500,0.4,0.75,0.75,0.279 5]	7 962.10	517	8 332
	GA	[0.09,60 000,1.4,2.5,70, 1 498.02,0.4,0.75,0.75,0.279 6]	7 953.04	3900	59 152
II	IDF	[0.09,60 000,1.4,2.5,70, 1 500,0.4,0.75,0.75,0.279 5]	7 962.05	0	4 028
	CO	[0.087,59 559,1.4,2.5,66.44, 1 439.1,0.4,0.75,0.75, 0.295 7]	6 509.10	0	646 238
III	SRBF	[0.088,59 997,1.4,2.5,70,1 498, 0.227 3,0.75,0.75,0.312 8]	7 862.48	219	3 888
	TR-DRBF	[0.09,60 000,1.4,2.5,70,1 500, 0.372,0.75,0.75,0.75,0.280]	7 960.83	195	3 766
	FCR	[0.089,59 954,1.4,2.5,69.95, 1 495.2, 0.4,0.75,0.75,0.284 9]	7 897.79	47	948
理论最优解		[0.09,60 000,1.4,2.5,70, 1 500,0.4,0.75,0.75,0.279 5]	7 962.10	—	—

IDF。FCR 仅需不足 1 000 次学科分析即可收敛到全局最优解附近，相比于 SQP 与 IDF，优化效率分别提高了 88.6%与 76.4%。因此，综合考虑优化效率与收敛性，近似优化策略更适用于求解高维强耦合飞行器 MDO 问题。

7 结论

本文的主要工作与结论可概括如下。

- (1) 首先给出了飞行器近似优化策略的概念、分类、基本求解流程以及技术特点。
 - (2) 分别对计算试验设计方法、代理模型构造与选择方法、代理模型管理与更新策略等飞行器近似优化策略中主要关键技术的发展现状进行了较详细的综述，通过数值算例对常用方法的特点进行了探讨，并给出了不同方法的适用范围与选择建议。
 - (3) 初步探讨了近似优化策略与分解优化策略在求解飞行器 MDO 问题中的技术特点。
 - (4) 通过标准测试算例对典型飞行器近似优化策略的综合性能进行了探讨，并对不同方法的特点与适用范围进行了总结。
 - (5) 对比研究表明：自适应近似优化策略能够较高效的求解复杂的飞行器设计优化问题，而且相比分解优化策略，在求解高维强耦合 MDO 问题时，自适应近似优化策略在收敛性与优化效率方面都存在一定优势。
 - (6) 本文可为工程技术人员有针对性地选择近似优化策略求解现代飞行器设计优化问题提供参考。
- 近似优化策略是一个新兴的研究方向，为了进一步提高全局收敛性与优化效率，增强工程实用性，仍需要围绕如下方面开展深入研究。
- (1) 研究全局近似能力更强的代理模型构造方法与更合理的选择策略，以提高代理模型的全局近似精度。
 - (2) 研究更智能的代理模型管理与更新策略，以改善自适应近似优化策略的全局收敛性与优化效率。
 - (3) 研究不依赖于罚函数的高耗时约束条件处理方法，以降低近似优化策略求解复杂约束优化问题的计算成本。
 - (4) 通过影响度分析实现变量筛选，降低设计问题维度，进而研究适用于高维问题的近似优化策略。
 - (5) 将自适应近似优化策略与分解优化策略进行有机融合，充分提高飞行器 MDO 问题的求解

效率。

(6) 开展多目标近似优化策略与考虑不确定性的近似优化策略研究，扩展其应用范围。

(7) 开发支持并行计算的近似优化策略优化软件，实现以插件的方式集成不同的近似优化策略，充分利用分布式计算资源进一步减少近似优化策略的时间开销，进而缩短设计周期。

参 考 文 献

- [1] American Institute of Aeronautics and Astronautics. Current state of the art on multidisciplinary design optimization (MDO) [M]. Reston : AIAA, 1991.
- [2] WRIGHT S J ,NOCEDAL J. Numerical optimization [M]. New York : Springer , 1999.
- [3] ARORA J. Introduction to optimum design [M]. Cambridge : Academic Press , 2004.
- [4] GOLDBERG D E. Genetic algorithms [M]. New York : Pearson Education , 2006.
- [5] HWANG C R. Simulated annealing : Theory and applications [J]. Acta Applicandae Mathematicae , 1988 , 12(1) : 108-111.
- [6] POIL R ,KENNEDY J ,BLACKWELL T. Particle swarm optimization [J]. Swarm Intelligence , 2007 , 1(1) : 33-57.
- [7] GIESING J P , BARTHELEMY J-F M. A summary of industry MDO applications and needs , AIAA-1998-4737[R]. Reston : AIAA , 1998.
- [8] 龙腾. 飞行器多学科设计优化方法与集成设计平台研究[D]. 北京 : 北京理工大学 , 2009.
- LONG Teng. Research on Methods of Multidisciplinary design optimization and integrated design environment for aircrafts[D]. Beijing : Beijing Institute of Technology , 2009.
- [9] SIMPSON T W , BOOKER A J , GHOSH D , et al. Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization : A panel discussion[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2004 , 27(5) : 302-313.
- [10] QUEIPO N V , HAFTKA R T , SHYY W , et al. Surrogate-based analysis and optimization[J]. Progress in Aerospace Sciences , 2005 , 41(1) : 1-28.
- [11] WANG G G , SHAN S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization[J]. Journal of Mechanical Design , 2007 , 129(4) : 370-380.
- [12] FORRESTER A I J , KEANE A J. Recent advances in surrogate-based optimization[J]. Progress in Aerospace Sciences , 2009 , 45(1-3) : 50-79.

- [13] VIANA F A C , SIMPSON T W , BALABANOV V, et al. Metamodeling in multidisciplinary design optimization : how far have we really come? [J]. *AIAA Journal* , 2014 , 52(4) : 670-690.
- [14] KLEIJNEN J P C. A comment on blanning's "metamodel for sensitivity analysis : the regression metamodel in simulation"[J]. *Interfaces* , 1975 , 5(3) : 21-33.
- [15] SACKS J , WEICH W J , MITCHELL T J , et al. Design and analysis of computer experiments [J]. *Statistical Science* , 1989 , 4(4) : 409-423.
- [16] SONG Wenbin , KEANE A J. Surrogate-based aerodynamic shape optimization of a civil aircraft engine nacelle [J]. *AIAA Journal* , 2007 , 45(10) : 2565-2574.
- [17] KOZIEL S , LEIFSSON L. Surrogate-based aerodynamic shape optimization by variable-resolution models [J]. *AIAA Journal* , 2012 , 51(1) : 94-106.
- [18] MASSARO A , BENINI E. Multi-objective optimization of helicopter airfoils using surrogate-assisted memetic algorithms [J]. *Journal of Aircraft* , 2012 , 49(2) : 375-383.
- [19] LONG Teng , LIU Li , PENG Lei, et al. Aero-structure coupled optimization of high aspect ratio wing using enhanced adaptive response surface method , AIAA-2012-5456[R]. Reston : AIAA , 2012.
- [20] IRISARRI F X , ABDALLA M M , GURDAL Z. Improved shepard's method for the optimization of composite structures[J]. *AIAA Journal* , 2011 , 49(12) : 2726-2736.
- [21] OMPRAKASH S , MOSTAFA A , ZAFER G. Minimum weight design of composite wing structures with local postbuckling and blending constraints , AIAA-2006-1818[R]. Reston : AIAA , 2006.
- [22] ZHU Huaguang , LIU Li , YANG Wu, et al. Wing structural optimization using adaptive metamodels based on fuzzy clustering , AIAA-2011-1989[R]. Reston : AIAA , 2011.
- [23] CARROLL J R. Time-averaged surrogate modeling for small scale propellers based on high-fidelity CFD simulations [D]. Starkville : Mississippi State University , 2013.
- [24] FAROOQ A , MATTHEW P , DIMITRI M. Improved submerged inlet conceptual design process using data mining and surrogate modeling , AIAA-2010-3515[R]. Reston : AIAA , 2010.
- [25] OGAWA H , BOYCE R R. Nozzle design optimization for axisymmetric scramjets by using surrogate-assisted evolutionary algorithms[J]. *Journal of Propulsion and Power* , 2012 , 28(6) : 1324-1338.
- [26] AKHTAR S , LINSHU H. Support vector machine based trajectory metamodel for conceptual design of multi-stage space launch vehicle , computational intelligence and security[M]. Berlin : Springer , 2005.
- [27] MICHAEL C , SHALINI R , JUAN A. Multi-fidelity trajectory optimization with response surface based aerodynamic performance prediction , IAA-2008-218[R]. Reston : AIAA , 2008.
- [28] PENG Haijun , YANG Chunfeng , LI Yunpeng , et al. Surrogate-based parameter optimization and optimal control for optimal trajectory of halo orbit rendezvous[J]. *Aerospace Science and Technology* , 2013 , 26(1) : 176-184.
- [29] SANKETH B , FELIPE A C V , RICK L, et al. Control-oriented design using h-infinity synthesis and multiple surrogates , AIAA-2010-3089[R]. Reston : AIAA , 2010.
- [30] ZHANG Keshi , HAN Zhonghua , LI Weiji, et al. Coupled aerodynamic/structural optimization of a subsonic transport wing using a surrogate model[J]. *Journal of Aircraft* , 2008 , 45(6) : 2167-2171.
- [31] MAHMED M Y , QIN N. Surrogate-based multi-objective aerothermodynamic design optimization of hypersonic spiked bodies[J]. *AIAA Journal* , 2012 , 50(4) : 797-810.
- [32] ZHU Huaguang , LIU Li , ZHOU Sida, et al. Integrated aerodynamic thermal structure design optimization method of lifting surfaces[J]. *Journal of Aircraft* , 2012 , 49(5) : 1521-1526.
- [33] HU Tianyuan , YU Xiongqing. Aerodynamic/stealthy/structural multidisciplinary design optimization of unmanned combat air vehicle[J]. *Chinese Journal of Aeronautics* , 2009 , 22(4) : 380-386.
- [34] WU Di , LONG Teng , LI Yulin, et al. Aero-structure-stealth coupled optimization for high aspect ratio wing using adaptive metamodeling method , AIAA-2014-2304[R]. Reston : AIAA , 2014.
- [35] LOGAN H , THOMAS F , HERNANDO J , et al. Conceptual design of an n+2 supersonic airliner, AIAA-2009-7075[R]. Reston : AIAA , 2009.
- [36] DUFRESNE S , JOHNSON C , MAVRIS D N. Variable fidelity conceptual design environment for revolutionary unmanned aerial vehicles[J]. *Journal of Aircraft* , 2012 , 45(4) : 1405-1418.
- [37] 廖炎平. 鸭式前掠翼布局小型无人机总体设计与优化 [D]. 北京 : 北京理工大学 , 2011.

- LIAO Yanping. Conceptual design and optimization for small-scale VAV with canard-forward-swept-wing configuration[D]. Beijing : Beijing Institute of Technology , 2011.
- [38] BARTHELEMY J F M , HAFTKA R T. Approximation concepts for optimum structural design-a review [J]. *Structural optimization* , 1993 , 5(3) : 129-144.
- [39] JIN R ,CHEN W ,SIMPSON T W. Comparative studies of metamodeling techniques under multiple modeling criteria[J]. *Structure and Multidisciplinary Optimization* , 2001 , 23(1) : 1-13.
- [40] SIMPSON T W , POPLINSKI J D , KOCH P , et al. Metamodels for computer-based engineering design : survey and recommendations[J]. *Engineering with Computers* , 2001 , 17(2) : 129-150.
- [41] 余雄庆. 多学科设计优化算法及其在飞机设计中的应用研究[D]. 南京 : 南京航空航天大学 , 1999.
- YU Xiongqing. Multidisciplinary design optimization and a survey of its algorithms and application to aircraft design[D]. Nanjing : Nanjing University of Aeronautics and Astronautics , 1999.
- [42] 穆雪峰,姚卫星,余雄庆,等. 多学科设计优化中常用代理模型的研究[J]. *计算力学学报* , 2005 , 22(5) : 608-612.
- MU Xuefeng , YAO Weixing , YU Xiongqing , et al. A survey of models used in MDO[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics* , 2005 , 22(5) : 608-612.
- [43] 李焦赞,高正红. 多目标进化算法和代理模型技术在气动稳健优化设计中的应用[J]. *空气动力学学报* , 2012 , 30(1) : 46-51.
- LI Jiaozan , GAO Zhenghong. The application of multi-objective evolutionary algorithm and surrogate model to aerodynamic robust optimization design[J]. *Acta Aerodynamica Sinica* , 2012 , 30(1) : 46-51.
- [44] 黄礼铿,高正红,张德虎. 基于变可信度代理模型的气动优化[J]. *空气动力学学报* , 2013 , 31(6) : 783-788.
- HUANG Likeng , GAO Zhenghong , ZHANG Dehu. Aerodynamic optimization based on multi-fidelity surrogate[J]. *Acta Aerodynamica Sinica* , 2013 , 31(6) : 738-788.
- [45] 段焰辉,蔡晋生,刘秋洪. 基于代理模型方法的翼型优化设计[J]. *航空学报* , 2011 , 32(4) : 617-627.
- DUAN Yanhui , CAI Jinsheng , LIU Qiuhong. Surrogate model based optimization for airfoil design[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica* , 2011 , 32(4) : 617-627.
- [46] 彭磊,刘莉,龙腾. 基于动态径向基函数代理模型的优化策略[J]. *机械工程学报* , 2011 , 47(7) : 164-170.
- PENG Lei , LIU Li , LONG Teng. Optimization strategy using dynamic radial basis function metamodel[J]. *Chinese Journal of Mechanical Design* , 2011 , 47(7) : 164-170.
- [47] 龙腾,郭晓松,彭磊等. 基于信赖域的动态径向基函数代理模型优化策略[J]. *机械工程学报* , 2014 , 50(7) : 184-190.
- LONG Teng , GUO Xiaosong , PENG Lei , et al. Optimization strategy using dynamic radial basis based on trust region function metamodel[J]. *Journal of Mechanical Design* , 2014 , 50(7) : 184-190.
- [48] 张珍铭,丁运亮,刘毅. 升力体外形设计的代理模型优化方法[J]. *宇航学报* , 2011 , 32(7) : 1435-1444.
- ZHANG Zhenming , DING Yunliang , LIU Yi. A Surrogate model-based optimization method for a lifting-body configuration design[J]. *Journal of Astronautics* , 2011 , 32(7) : 1435-1444.
- [49] WANG G G , DONG Z M , AITCHISON P. Adaptive response surface method - A global optimization scheme for approximation-based design problems [J]. *Engineering Optimization* , 2001 , 33(6) : 707-733.
- [50] WANG G G. Adaptive response surface method using inherited latin hypercube design points[J]. *Journal of Mechanical Design* , 2003 , 125(2) : 210-220.
- [51] LONG Teng , WANG Lü , WU Di , et al. A Simultaneous computing framework for metamodel-based design optimization, DETC-2014-34594[R]. Washington : ASME , 2014.
- [52] RAO S S , RAO S. *Engineering optimization : theory and practice*[M]. New Jersey : John Wiley & Sons , 2009.
- [53] MONTGOMERY D C. *Design and analysis of experiments*[M]. New Jersey : John Wiley & Sons , 2008.
- [54] 张铁茂,丁建国. *试验设计与数据处理* [M]. 北京 : 兵器工业出版社 , 1990.
- ZHANG Tiemao , DING Jianguo. *Experimental design and data processing*[M]. Beijing : The Publishing House of Ordnance Industry , 1990.
- [55] 方开泰,马长兴. *正交与均匀试验设计* [M]. 北京 : 科学出版社 , 2001.
- FANG Kaitai , MA Changxing. *Orthogonal and uniform experimental designs*[M]. Beijing : Science Press , 2001.
- [56] SIMPSON T W , LIN D K , CHEN W. Sampling strategies for computer experiments : design and analysis[J]. *International Journal of Reliability and Applications* , 2001 , 2(3) : 209-240.
- [57] GIUNTA A A , WOJTKIEWICZ S F , ELDRED M S. Overview of modern design of experiments methods for

- computational simulations , AIAA-2003-649[R]. Reston : AIAA , 2003.
- [58] MCKAY M D , BECKMAN R J , CONOVER W J. A Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. *Technometrics* , 1979 , 21(2) : 239-245.
- [59] FANG Kaitai. The uniform design : application of number theoretic methods in experimental design[J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica* , 1980 , 3(4) : 363-372.
- [60] FANG Kaitai , LIN D K J , WINKER P , et al. Uniform design : Theory and application[J]. *Technometrics* , 2000 , 42(3) : 237-248.
- [61] FANG Kaitai , LIN D K. Uniform experimental designs and their applications in industry[J]. *Handbook of Statistics* , 2003 , 22(2003) : 131-170.
- [62] JONES D R , SCHONLAU M , WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. *Journal of Global Optimization* , 1998 , 13(4) : 455-492.
- [63] VIANA F A C , HAFTKA R , WATSON L. Efficient global optimization algorithm assisted by multiple surrogate techniques[J]. *Journal of Global Optimization* , 2013 , 56(2) : 669-689.
- [64] PANAYI A P , DIAZ A R , SCHOCK H J. On the optimization of piston skirt profiles using a pseudo-adaptive response surface method[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization* , 2009 , 38(3) : 317-330.
- [65] WANG G G , SIMPSON T W. Fuzzy clustering based hierarchical metamodeling for design space reduction and optimization[J]. *Engineering Optimization* , 2004 , 36(3) : 313-335.
- [66] PENG Lei , LIU Li , LONG Teng. Study of sequential radial basis function for computation intensive design optimization problem , AIAA-2012-5689[R]. Reston : AIAA , 2012.
- [67] LI Yu Lin , LIU Li , LONG Teng , et al. Metamodel-based global optimization using fuzzy clustering for design space reduction[J]. *Chinese Journal Of Mechanical Engineering* , 2013 , 26(5) : 928-939.
- [68] JIN Ruichen , CHEN Wei , SUDJANTO A. An efficient algorithm for constructing optimal design of computer experiments [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference* , 2005 , 134(1) : 268-287
- [69] PARK J S. Optimal latin-hypercube designs for computer experiments[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference* , 1994 , 39(1) : 95-111.
- [70] YE K Q , LI W , SUDJANTO A. Algorithmic construction of optimal symmetric latin hypercube designs[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference* , 2000 , 90(1) : 145-159.
- [71] MORRIS M D , MITCHELL T J. Exploratory designs for computational experiments[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference* , 1995 , 43(3) : 381-402.
- [72] STUART B , JOHANN S , VASSILI T. Formulation of the optimal latin hypercube design of experiments using a permutation genetic algorithm , AIAA-2004-2011[R]. Reston : AIAA , 2004.
- [73] Van DAME R , HUSSLAGER B , Den HERTOEG D , et al. Maximin latin hypercube designs in two dimensions[J]. *Operations Research* , 2007 , 55(1) : 158-169.
- [74] ZHU Huaguang , LIU Li , LONG Teng , et al. A novel algorithm of maximin latin hypercube design using successive local enumeration[J]. *Engineering Optimization* , 2012 , 44(5) : 551-564.
- [75] VIANA F A C , VENTER G , BALABANOV V. An algorithm for fast optimal Latin hypercube design of experiments[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* , 2010 , 82(2) : 135-156.
- [76] JOHNSON M E , MOORE L M , YLVIKAKER D. Minimax and maximin distance designs[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference* , 1990 , 26(2) : 131-148.
- [77] KOEHLER J R , OWEN A B. Computer experiments [J]. *Handbook of Statistics* , 1996 , 13 : 261-308.
- [78] HICKERNELL F. A generalized discrepancy and quadrature error bound[J]. *Mathematics of Computation of the American Mathematical Society* , 1998 , 67(221) : 299-322.
- [79] MYERS R H , MONTGOMERY D C , ANDERSON-COOK C M. Response surface methodology : Process and product optimization using designed experiments [M]. New Jersey : John Wiley & Sons , 2009.
- [80] LEVIN D. The approximation power of moving least-squares[J]. *Mathematics of Computation of the American Mathematical Society* , 1998 , 67(224) : 1517-1531.
- [81] BREITKOPF P , NACEUR H , RASSINEUX A , et al. Moving least squares response surface approximation : formulation and metal forming applications[J]. *Computers & Structures* , 2005 , 83(17-18) : 1411-1428.
- [82] FRIEDMAN J H. Multivariate adaptive regression splines[J]. *The Annals of Statistics* , 1991 , 19(1) : 1-67.

- [83] BUHMANN M D ,BUHMANN M D ,BUHMANN M D. Radial basis functions : Theory and implementations[M]. Cambridge : Cambridge University Press , 2003.
- [84] SIMPSON T W , MAUERY T M , KORTE J J , et al. Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization[J]. AIAA Journal , 2001 , 39(12) : 2233-2241.
- [85] CRESSIE N. The origins of kriging[J]. Mathematical Geology , 1990 , 22(3) : 239-252.
- [86] MATHERON G. Principles of geostatistics[J]. Economic Geology , 1963 , 58(8) : 1246-1266.
- [87] HAYKIN S. Neural networks : A comprehensive foundation[M]. New Jersey : Prentice Hall , 1998.
- [88] CLARKE S M , GRIEBSCH J H , SIMPSON T W. Analysis of support vector regression for approximation of complex engineering analyses [J]. Journal of Mechanical Design , 2005 , 127(6) : 1077-1087.
- [89] SMOLAA , SCHÖLKOPF B. A tutorial on support vector regression[J]. Statistics and Computing , 2004 , 14(3) : 199-222.
- [90] WANG Lü , LONG Teng , PENG Lei , et al. Optimized radial basis function metamodel for expensive engineering design optimization ,IMECE-2012-87489[R]. Washington : ASME , 2012.
- [91] MECKESHEIMER M , BOOKER A J , BARTON R R , et al. Computationally inexpensive metamodel assessment strategies[J]. AIAA Journal , 2002 , 40(10) : 2053-2060.
- [92] ACAR E , RAIS-ROHANI M. Ensemble of metamodels with optimized weight factors[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2009 , 37(3) : 279-294.
- [93] ZHOU Xiaojian , MA Yizhong , LI Xufang. Ensemble of surrogates with recursive arithmetic average[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization 2011 , 44(5) : 651-671.
- [94] VIANA F A C , HAFTKA R T , STEFFEN V. Multiple surrogates : how cross-validation errors can help us to obtain the best predictor[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2009 , 39(4) : 439-457.
- [95] ACAR E. Various approaches for constructing an ensemble of metamodels using local measures[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2010 , 42(6) : 879-896.
- [96] XIONG F , XIONG Y , CHEN W , et al. Optimizing Latin hypercube design for sequential sampling of computer experiments[J]. Engineering Optimization , 2009 , 41(8) : 793-810.
- [97] ALEXANDROV N M , DENNIS J E , LEWIS R M , et al. A trust-region framework for managing the use of approximation models in optimization[J]. Structural Optimization , 1998 , 15(1) : 16-23.
- [98] LONG Teng , LIU Li , PENG Lei. Global optimization method with enhanced adaptive response surface method for computation-intensive design problems [J]. Advanced Science Letters , 2012 , 5(2) : 881-887.
- [99] PENG Lei , LIU Li , LONG Teng , et al. Sequential RBF surrogate-based efficient optimization method for engineering design problems with expensive black-box functions[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering , 2014 , 27(6) : 1099-1111.
- [100] PÉREZ V M , RENAUD J E , WATSON L T. Adaptive experimental design for construction of response surface approximations[J]. AIAA Journal , 2002 , 40(12) : 2495-2503.
- [101] GANO S E , RENAUD J E , MARTIN J D , et al. Update strategies for kriging models used in variable fidelity optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2006 , 32(4) : 287-298.
- [102] CHENG G , WANG G G. Trust region based MPS method for global optimization of high dimensional design problems , AIAA-2012-1590[R]. Reston : AIAA , 2012.
- [103] WANG Hu , LI Guangyao , ZHONG Zhihua. Optimization of sheet metal forming processes by adaptive response surface based on intelligent sampling method[J]. Journal of Materials Processing Technology , 2008 , 197(1-3) : 77-88.
- [104] STEENACKERS G , PRESEZNIAK F , GUILLAUME P. Development of an adaptive response surface method for optimization of computation-intensive models[J]. Computers & Industrial Engineering , 2009 , 57(3) : 847-855.
- [105] PENG Lei , LIU Li , LONG Teng , et al. An efficient truss structure optimization framework based on CAD/CAE integration and sequential radial basis function metamodel[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2014 , 50(2) : 329-346.
- [106] PENG Lei , LIU Li , LONG Teng , et al. Truss structure satellite bus geometry-structure optimization involving mixed variables and expensive models using metamodel-based optimization strategy , AIAA-2014-2440[R]. Reston : AIAA , 2014.

- [107] WANG Liqun , SHAN Songqing , WANG G G. Mode-pursuing sampling method for global optimization on expensive black-box functions[J]. Engineering Optimization , 2004 , 36(4) : 419-438.
- [108] GIANNAKOGLU K C , GIOTIS A P , KARAKASIS M K. Low-cost genetic optimization based on inexact preevaluations and the sensitivity analysis of design parameters[J]. Inverse Problems in Engineering , 2007 , 9(4) : 389-412.
- [109] JONES D. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces[J]. Journal of Global Optimization , 2001 , 21(4) : 345-383.
- [110] SASENA M J , PAPALAMBROS P , GOOVAERTS P. Exploration of metamodeling sampling criteria for constrained global optimization[J]. Engineering Optimization , 2002 , 34(3) : 263-278.
- [111] SASENA M J , PARKINSON M , REED M P , et al. Improving an ergonomics testing procedure via approximation-based adaptive experimental design[J]. Journal of Mechanical Design , 2005 , 127(5) : 1006-1013.
- [112] CHAUDHURI A , HAFTKA R T. Efficient global optimization with adaptive target setting[J]. AIAA Journal , 2014 , 52(7) : 1573-1578.
- [113] DUAN X , WANG G G , KANG X , et al. Performance study of mode-pursuing sampling method[J]. Engineering Optimization , 2009 , 41(1) : 1-21.
- [114] LONG Teng , WU Di , GUO Xiaosong , et al. Efficient adaptive response surface method using intelligent space exploration strategy[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2015 , 51(6) : 1335-1362.
- [115] SHARIF B , WANG G G , ELMEKKAWY T Y. Mode pursuing sampling method for discrete variable optimization on expensive black-box functions[J]. Journal of Mechanical Design , 2008 , 130(2) : 021402.
- [116] SHAN Songqin , WANG G G. An efficient pareto set identification approach for multiobjective optimization on black-box functions[J]. Journal of Mechanical Design , 2004 , 127(5) : 866-874.
- [117] WANG Dapeng , WANG G G , NATERER G F. Collaboration pursuing method for multidisciplinary design optimization problems[J]. AIAA Journal , 2007 , 45(5) : 1091-1103.
- [118] WANG Dapeng , WANG G G , NATERER G F. Extended collaboration pursuing method for solver larger multidisciplinary design optimization problems[J]. AIAA Journal , 2007 , 45(6) : 1208-1221.
- [119] TANG Yuanfu , CHEN Jianqiao , WEI Junhong. A surrogate-based particle swarm optimization algorithm for solving optimization problems with expensive black box functions[J]. Engineering Optimization , 2012 , 45(5) : 557-576.
- [120] CRAMER E J , DENNIS J , Je , FRANK P D , et al. Problem formulation for multidisciplinary optimization[J]. SIAM Journal on Optimization , 1994 , 4(4) : 754-776.
- [121] RENAUD J , GABRIELE G. Improved coordination in nonhierarchic system optimization[J]. AIAA Journal , 1993 , 31(12) : 2367-2373.
- [122] BRAUN R , GAGE P , KROO I , et al. Implementation and performance issues in collaborative optimization , AIAA-96-4017[R]. Reston : AIAA , 1996.
- [123] SOBIESZCANSKI-SOBIESKI J , AGTE J S , SANDUSKY R R. Bi-level integrated system synthesis (BLISS) , AIAA-98-4916[R]. Reston : AIAA , 1998.
- [124] MICHELENA N , PARK H , PAPALAMBROS P Y. Convergence properties of analytical target cascading [J]. AIAA Journal , 2003 , 41(5) : 897-905.
- [125] ALEXANDROV N M , LEWIS R M. Analytical and computational aspects of collaborative optimization for multidisciplinary design[J]. AIAA Journal , 2002 , 40(2) : 301-309.
- [126] YI S I , SHIN J K , PARK G J. Comparison of MDO methods with mathematical examples[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization , 2008 , 35(5) : 391-402.
- [127] LONG Teng , LIU Li , PENG Lei , et al. Aero-structure coupled optimization of high aspect ratio wing using enhanced adaptive response surface method , AIAA-2012-5456[R]. Reston : AIAA , 2012.
- [128] AITUS T D. A Response surface methodology for bi-level integrated system synthesis (BLISS) , NASA-CR-2002-211652[R]. Virginia : NASA , 2002.
- [129] RUBEN P , HUGH L , KAMRAN B. Evaluation of multidisciplinary optimization approaches for aircraft conceptual design , AIAA-2004-4537[R]. Reston : AIAA , 2004.
- [130] SOBIESKI J , AGTE J S , ROBERT R , SANDUSKY R R. Bi-Level Integrated system synthesis (BLISS) , NASA-TM-1998-208715[R]. Virginia : NASA , 1998.

作者简介: 龙腾(通信作者), 男, 1982 年出生, 博士, 副教授。主要研

究方向为飞行器总体设计、多学科设计优化理论与应用、飞行器协同控制与决策。

E-mail : tenglong@bit.edu.cn ; bitryu@gmail.com

刘建,男,1989年出生,硕士研究生。主要研究方向为飞行器总体设计、多学科优化理论与应用。

E-mail : liujianbit@163.com

WANG G Gary,男,1970年出生,博士,教授,博士研究生导师。主要研究方向为复杂系统设计优化、工程设计优化。

E-mail : gary_wang@sfu.ca

刘莉,女,1964年出生,博士,教授,博士研究生导师。主要研究方向为飞行器总体设计、飞行器结构分析与设计。

E-mail : liuli@bit.edu.cn

史人赫,男,1990年出生。博士研究生,主要研究方向为飞行器总体设计、多学科优化理论与应用。

E-mail : srenhe@163.com

郭晓松,男,1989年出生,硕士研究生。主要研究方向为飞行器总体设计、多学科优化理论与应用。

E-mail : gxs1989bit@163.com